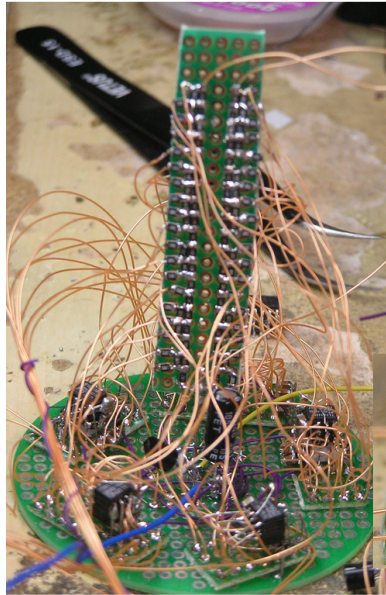
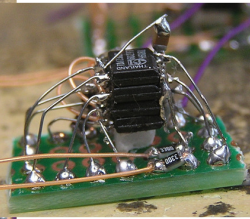


Convertoare Numeric-Analogice



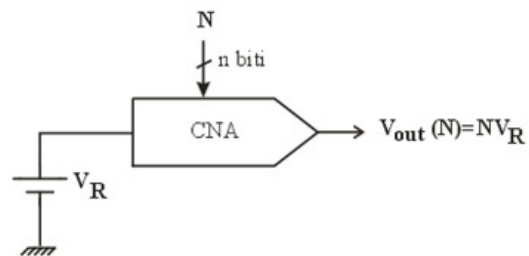
Imagine: CNA artizanal de tip R-2R, în scară (construcția verticală); comutatoarele sînt stivele de circuite dispuse circular

Sursa: www.diyaudio.com



1

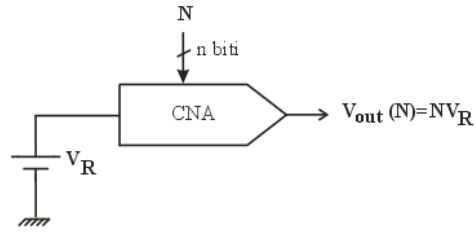
Ce este un CNA (*engl.* DAC) ?



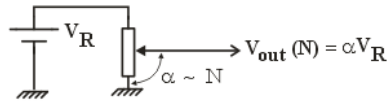
- DAC = *Digital-to-Analog Converter*
- Tensiunea la ieșire reglabilă digital
- Aplicații:
 - generarea semnalelor analogice la ieșirea unui generator de funcții
 - generarea semnalelor audio/video la ieșirea oricărui echipament digital de tip: calculator, telefon, MP3 player, etc
 - parte a conv. analog-numerice (CAN) folosite în instrumentație

2

Tensiunea de ieșire a unui CNA



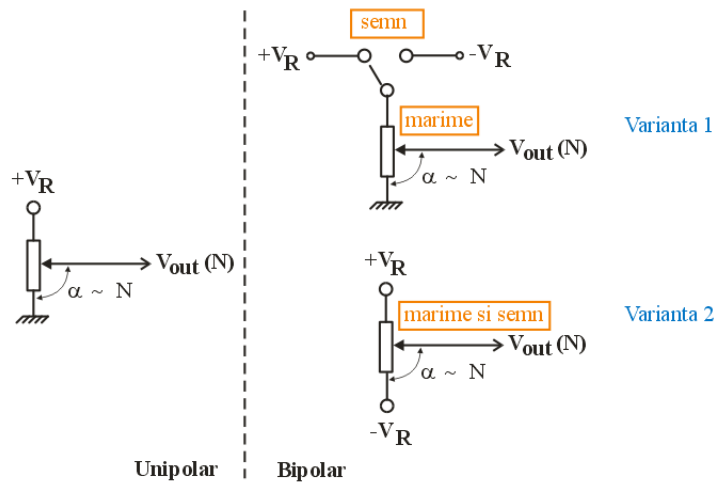
analogie potentiometrică:



- $f_{\text{CNA}}: N \rightarrow \mathbf{R}$ $V_{\text{out}}(N) = f_{\text{CNA}}(N) = NV_R$
- $V_{\text{out}}(N) < V_R \rightarrow N < 1$ (N subunitar !)
- analogie potențiomtrică: $0 < \alpha < 1$
- **Q: de ce $N < 1$? implicații tehnologice?**

3

CNA unipolar vs. bipolar



- unipolar: $V_{\text{out}}(N)$ are un singur semn (tipic +)
- bipolar: $V_{\text{out}}(N)$ are semnul + sau – funcție de N

4

Relația de conversie a CNA

- N subunitar ($0 \leq N < 1$);
- N pe n biți, subunitar, se poate scrie:

$$N = 0, b_1 b_2 \dots b_n = \sum_{i=1}^n b_i 2^{-i}$$

- relația de conversie:

$$V(N) = NV_R = V_R \sum_{i=1}^n b_i 2^{-i}$$

- consecință: $0 \leq V(N) < V_R$

Q: Calculați $V(N_{\max})$ și arătați că este $V_R - V_{\text{LSB}}$

5

Mărimi specifice CNA

- V_R
- numărul de biți n

- V_{LSB}
definiție !

$$V_{\text{LSB}} = V_R / 2^n$$

Q: care e legătura V_{LSB} cu rezoluția ?

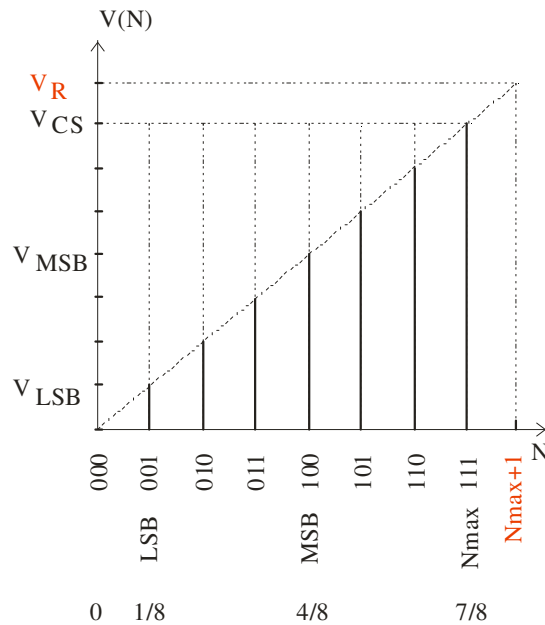
- V_{MSB}
definiție !

$$V_{\text{MSB}} = V_R / 2$$

- $V_{\text{CS}} = V_R - V_{\text{LSB}}$ *engl. FS (Full Scale)*

6

Caracteristica (statică) de conversie a CNA



Caracteristica statică =
caracteristica de
intrare/ieșire.
3 biți: caracteristica
formată din 8 puncte
sau 8 trepte.

OBS: întotdeauna
 $V_{CS} < V_R$
deci intervalul $[0, V_R)$

Justificare:
nu există cod pe 3 biți
pentru $N_{max}+1$ care ar
corespunde lui V_R

7

Erori statice ale CNA

- sînt erori ale caracteristicii de conversie
- sînt aceleași cu erorile oricărei caracteristici de transfer liniare

Memento METc:

(1) $e_z = e_0 = e_{OFS} = V(N) - V_0(N)$

corectabilă

(2) $e_{FS}: \Delta V = V(N_{max}) - V(0)$

$$\Delta V_0 = V_{CS} - 0$$

$$e_{FS} = \Delta V - \Delta V_0$$

corectabilă

(3) e_{CS} : combinație a e_0 și e_{FS}

$$e_{CS} = V(N_{max}) - V_{CS}$$

corectabilă prin (1,2)

Q1: în ce condiții $e_{CS} = e_{FS}$?

Q2: de ce se preferă e_{FS} în locul e_{CS} ?

Q3: desenați caracteristica statică afectată de erori !

8

Erori statice ale CNA (cont'd)

Erorile de (ne)liniaritate: abaterile de la caracteristica liniară:

$$V(N) = aN + b$$

Q1: cine sînt a, b ?

A: $a = V_R$ $b = e_{OFS}$

(4) eroarea de neliniaritate diferențială (*eng. DNL*) **necorectabilă**

$$e_{NLD} = \max_N [V(N) - V(N-1) - V_{LSB}]$$

(5) eroarea de neliniaritate integrală (*eng. INL*) **necorectabilă**

$$e_{NLI} = \max_N [V(N) - V_0(N)]$$

Q2: cum s-ar putea, totuși, corecta (4), (5) ?

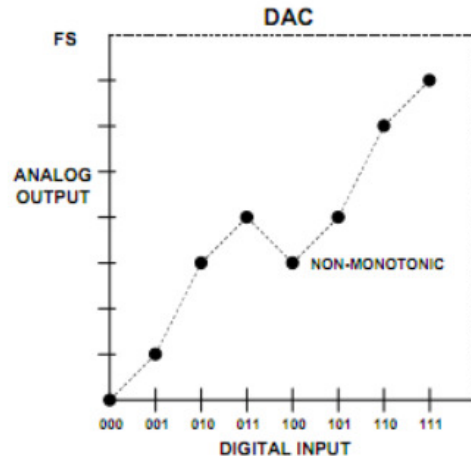
A: cu laser !

Q3: desenați caracteristica afectată de erorile de neliniaritate

9

Erori statice ale CNA (cont'd)

Erorile de neliniaritate pot cauza nemonotonicitate



Ideal: $DNL = 0$;

acceptabil: $DNL = \pm 0.5LSB$; inacceptabil: $DNL < -1LSB$

pe grafic, $DNL = -2LSB$!!! (nemonoton de la $-1LSB$ în jos)

10

Erori dinamice ale CNA

(6) timpul de conversie/stabilire

domeniul t_c : ns ... s, în funcție de tehnologie

Aplicație: calculați t_c pentru CNA de pe o placă video de PC cu refresh de 100Hz:

$1600 \cdot 1200 \cdot 100\text{Hz} = 192\text{MHz}$; $t_c < 1/192 \text{ MHz} = 5\text{ns}$

Q: de ce semnul „<”, ?

Q: (memento METc) cum se măsoară t_c ?

11

Erori dinamice ale CNA (cont'd)

(7) supracreșterile/scăderile (*engl. overshoot/undershoot*) datorate regimului tranzitoriu

Cauză: biții nu comută în același timp.

Ex: tranziția 0011 → 0100

În realitate: 0011 → 0111 → 0100

(bitul 2 comută mai rapid decât biții 3,4)

Q1: calculați supracreșterea în tensiune pentru $n=4b$, $V_R=8V$ în (a) cazul de mai sus, (b) cazul cel mai defavorabil (supracreșterea maximă). Reprezentați grafic tensiunea de ieșire.

Q2 (memento METc): în ce situații se alege cazul cel mai defavorabil, respectiv cazul cel mai favorabil ?

12

Coduri unipolare

N	Fracție (nr. subunitar)	BN	BCD	Gray
0	0	0000	0000	0000
1	1/16	0001	0001	0001
2	2/16	0010	0010	0011
3	3/16	0011	0011	0010
4	4/16	0100	0100	0110
5	5/16	0101	0101	0111
6	6/16	0110	0110	0101
7	7/16	0111	0111	0100
8	8/16	1000	1000	1100
9	9/16	1001	1001	1101
10	10/16	1010	-	1111
11	11/16	1011	-	1110
12	12/16	1100	-	1010
13	13/16	1101	-	1011
14	14/16	1110	-	1001
15	15/16	1111	-	1000

13

Codul Gray și conversia de la/la BN

- Trecerea $bn \rightarrow gr$

$$(b_{i-1} + b_i)(bn) = b_i(gr)$$

OBS: "+" este modulo 2

- Trecerea $gr \rightarrow bn$

$$b_i(bn) = b_{i-1}(bn) + b_i(gr)$$

- **Aplicație: desenați schemele convertoarelor $bn \rightarrow gr$ și $gr \rightarrow bn$ folosind porți XOR (care implementează operația "+" modulo 2)**

14

Caracteristile codurilor bipolare

- MS: ușor de **afișat hard** pe afișaje cu 7 segmente; **zero dublu** (coduri diferite pt +0, -0) → propriu afișajelor, dar impropriu calculelor



(nu deranjează pe nimeni indicația -0 sau +0 de pe un **afișaj**)

- C1: ușor pt. **hard** (pt. numere negative se folosesc ieșirile negatve ale bistabilelor); **zero dublu**
- C2: ușor pt. **soft** (vezi aplicații); asimetric, căci nu are zero dublu
- BD, BD*: ușor pt. **analogic**: se translatează BN cu $V_R/2$ în jos și astfel BN unipolar devine BD bipolar; ușor de obținut hard din C2

17

Codul MS

- bitul $b_1 = \text{Msb}$ devine bit de semn
- rămân $n-1$ biți pentru mărime (valoare)
- BN 3 biți: $N = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ (8 valori)
- MS 3 biți: $N = \{0,1,2,3\} \cup \{-0,-1,-2,-3\}$ (7 valori căci $-0 = 0$)

- BN:
$$V(N) = V_R \sum_{i=1}^n b_i 2^{-i}$$

- MS:
$$V(N) = \text{semn} \cdot V_R \sum_{i=2}^n b_i 2^{-i}$$

unde $\text{semn} = +1$ pt $b_1=0$ și $\text{semn} = -1$ pt $b_1=1$

- Utilitate: mărimea e generată/măsurată indiferent de semn, pe semnalul redresat. Semnul e generat/detectat de un circuit separat.

18

Codul BD

- engl: *offset binary*
- BN 3b: -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7
- BD 3b: 0 1 2 3 4 5 6 7
- Obs: BD este BN $\ll 4$ unde $4 = 8/2$ adică $1/2$ domeniu
- deci de ex: 1_{BD} corespunde lui -3 în zecimal. Evident nu există -3 în BN care este un cod unipolar (doar pozitiv, de aceea este cu gri).
- Calcul: pt $n=3b$, $N_{max}=2^3=8$. Deplasarea se face cu $N_{max}/2 = 4$ poziții la **stînga**, care corespunde unei tensiuni de **minus** $V_R/2$
- BN:
$$V(N) = V_R \sum_{i=1}^n b_i 2^{-i}$$
- BD:
$$V(N) = -\frac{V_R}{2} + V_R \sum_{i=1}^n b_i 2^{-i}$$

19

Codurile C1/C2

- $C1(N) = \text{not}(N)$
ex: 3=011;
-3=C1(011)=100
 - $C2(N) = \text{not}(N)+1$
ex: 3=011;
-3=C2(011)=100+1=101
- de ce se adună 1:
 $C2(N) = -N = 2^n - N = (2^n - 1) - N + 1$ galben=nr.maxim pe n biți
- $N + C2(N) = 2^n$ domeniul de numere: $[-2^{n-1} \dots 2^{n-1} - 1]$
 ex 8b: [-128.. +127] sau [-128, +128)

20

Codurile C1/C2

C2 pe 8b $C2(N) = 2^8 - N$

N	C2	CORRESP. BI	CALCUL :
127	0111 1111	127	
126	0111 1110	126	
⋮	⋮	⋮	
1	0000 0001	1	
0	0000 0000	0	-
-1	1111 1111	255	$2^8 - 1 = 255$
-2	1111 1110	254	$2^8 - 2 = 254$
⋮	⋮	⋮	
-127	1000 0001	129	$2^8 - 127 = 129$
-128	1000 0000	128	$2^8 - 128 = 128$

aplicație în limbajul C: *unsigned char* [0..255] vs. *signed char* [-128..127]: acestea se reprezintă în C2. Toate numerele care au $b_7=1$ (msb) sînt negative.

21

Codurile C1/C2: Extinderea semnului

- numere pozitive:
unui număr i se pot adăuga oricîte 0-uri la stînga (vezi clasa a 2-a)

Exemplu: $3 = 011$;

extindem pe 8 biți: $3 = 0000011$

- numere negative:
se adaugă 1-uri la stînga (nr. negative încep cu 1 deci ca și la MS, bitul msb are semnif. de bit de semn)

Exemplu: $-3 = C2(3) = \text{not}(011) + 1 = 101$

extindem pe 8 biți: $-3 = 1111101$

Obs: similar pentru numere negative sub forma C1

22

Calculare efectuate în C1

- scăderea se face prin adunare: $a-b = a+C1(b)$
suma/diferența a 2 numere de n biți poate fi pe n+1 biți;
→ extindem *de la început* semnul operanzilor cu 1 bit.

Exemplu: $-3-2 = C1(3)+C1(2)$:

$C1(3) = \text{not}(011) = 100$, $C1(2) = \text{not}(010) = 101$

prin extinderea semnului: $-3 = 1100$, $-2 = 1101$

$$\begin{array}{r} 1100 \\ +1101 \\ \hline =11001 \quad (1 = \text{carry}) \end{array}$$

Important! carry trebuie **adunat la rezultat!**

$1001 = -6$ (aplic. C1: $C1(1001) = 0110 = 6$; știm că e < 0 căci MSB=1)

dar $-3-2 \neq -6$!

dar dacă adunăm carry: $1001+1=1010$; $C1(1010) = 0101 = 5$; $-3-2 = -5$, ok

23

Calculare efectuate în C1 (cont'd)

- DECI: adunarea și scăderea în C1 se fac la fel pentru numere pozitive și negative
- DAR înmulțirea în C1 se face diferit pentru numere negative!
- DE ACEEA: C1 este dificil de folosit în calcule. A fost prezentat ca introducere pentru C2.

24

Calculare efectuate în C2

- scăderea se face prin adunare: $a-b = a+C2(b)$
suma/diferența a 2 numere de n biți poate fi pe n+1 biți;
→ extindem *de la început* semnul cu 1 bit.

Exemplu: $-3-2 = C2(3)+C2(2)$:

$C2(3) = \text{not}(011)+1 = 101$, $C2(2)=\text{not}(010)+1 = 110$

prin extinderea semnului: $-3= 1101$, $-2=1110$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ +1110 \\ \hline =11011 \quad (1=\text{carry}) \end{array}$$

Important! aici carry **se ignoră** (folosim doar cei n+1 biți)!

rezultat corect: $1011 = -5$

(aplic. C2: $C2(1011)=0100+1=0101=5$; știm că e <0 căci MSB=1)

$-3-2=-5$

25

Calculare efectuate în C2 (cont'd)

- înmulțirea în C2: $a \cdot (-b) = a \cdot C2(b)$

demo:

$$a \cdot C2(b) = a \cdot (2^n - b) = a \cdot 2^n + a \cdot (-b) = 0 - ab = -ab$$

Reguli:

- Extinderea semnului la înmulțire se face la 2n biți
- Ce depășește 2n biți în rezultat se ignoră !

26

Calculare efectuate în C2 (cont'd)

Exemplu: $(-3) \cdot (-2)$

$C2(3) \cdot C2(2) = 101 \cdot 110$; extindem la $2n$ biți:

$$\begin{array}{r} 111101 \\ \cdot 111110 \\ \hline =111011000110 \end{array}$$

ignorăm ce depășește 6 biți; 000110 este pozitiv (MSB=0)
 $000110=6$; $(-3) \cdot (-2) = 6$, rezultat corect

Variantă: pentru înmulțire ușoară trecem în baza 10:

$111101 = 61$, $111110 = 62$; $61 \cdot 62 = 3782$

apoi înapoi în baza 2: $3782 = 111011000110$, etc

27

Calculare efectuate în C2 (cont'd)

Exemplul 2: $(-3) \cdot 2$

$C2(3) \cdot 2 = 101 \cdot 010$; extindem la $2n$ biți:

$$\begin{array}{r} 111101 \\ \cdot 000010 \\ \hline =1111010 \end{array}$$

ignorăm ce depășește 6 biți; 111010 este negativ (MSB=1)
 $C2(111010) = 000101+1=6$; $(-3) \cdot 2 = -6$, rezultat corect

Variantă: pentru înmulțire ușoară trecem în baza 10:

$111101 = 61$; $61 \cdot 2 = 122$

apoi înapoi în baza 2: $122 = 1111010$, etc

28

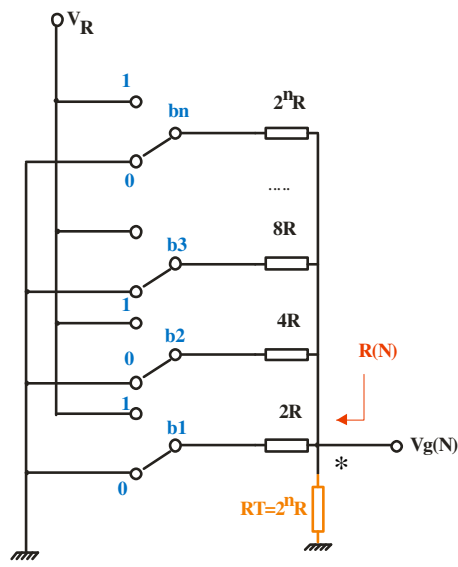
Scheme de CNA

- CNA cu rețea rezistivă
 - cu rezistențe ponderate $2^n R$
 - cu rezistențe $R-2R$
- CNA fără rețea rezistivă

Toate schemele trebuie să producă la ieșire $V(N) = V_R \sum_{i=1}^n b_i 2^{-i}$

29

1. CNA cu rezistențe ponderate (în stea)



- $R(N) = \text{ct} = ?$ Q1: calculați!
- Q2: ce impedanță se vede în stînga unui comutator cînd $b_i = 0$ respectiv 1?
- Q3: Relația de conversie?
Hint: metoda pot. noduri în [*]
- Q4: Care e rolul R_T ?
- OBS: V_g este în gol (caz ideal)
- Schema echiv. este sursa ideală $V_g(N)$ în serie cu rez. $R(N)$

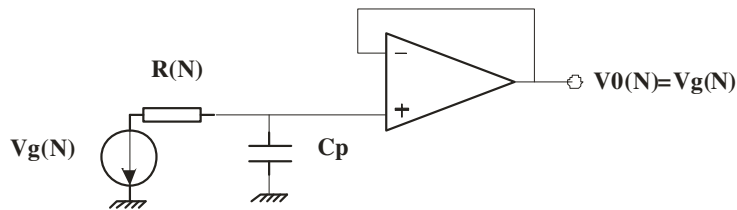
30

Ieșirea din CNA cu rezistențe ponderate

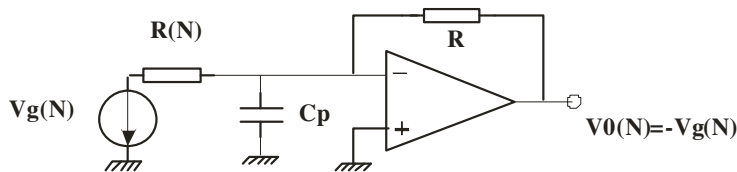
Comanda in tensiune

Problema este
capacitatea
parazită C_p de la
ieșirea CNA.
Încărcarea C_p
prin $R(N)$ pînă la
tens. mare
 $V(N_{max}) \rightarrow$ timp
de stabilire mare.

Q1: calc. timpul
de încărcare!



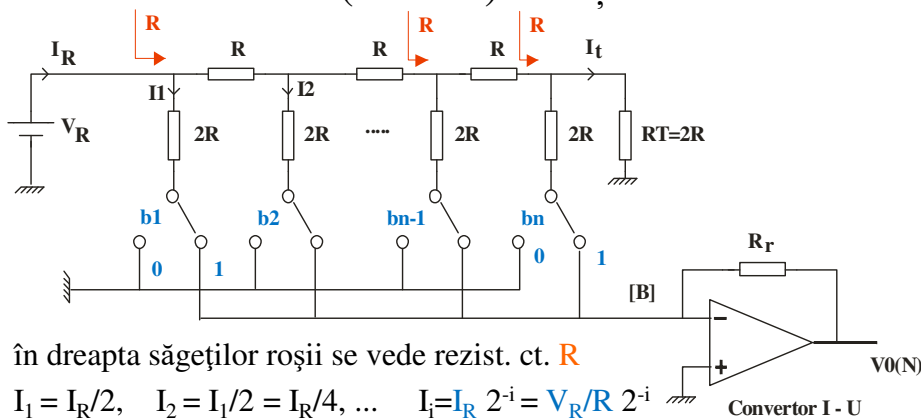
Comanda in curent



- Q2: Avantajul variantei în curent ?
- Hint: Comparați efectul impedanței ce apare în paralel cu C_p în cele 2 scheme ! Comparați U_{max} pe C_p în cele 2 cazuri.

31

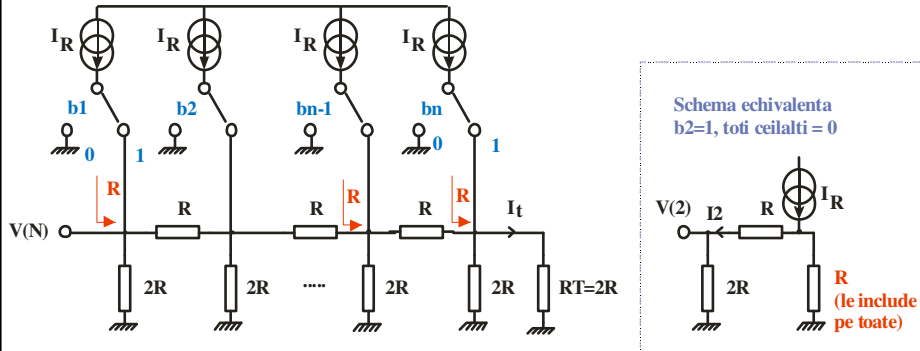
2'. CNA R-2R (în scară) cu ieșire în curent



- în dreapta săgeților roșii se vede rezist. ct. R
- $I_1 = I_R/2$, $I_2 = I_1/2 = I_R/4$, ... $I_i = I_R 2^{-i} = V_R/R 2^{-i}$
- Doar curenții pentru care $b_i=1$ trec spre [B], restul merg la masă
- ieșirea CNA e în pct [B] \rightarrow **ieșire în curent**
- AO o transformă în ieșire în tensiune (AO nu face parte din CNA)
- în [B] curentul rezultat $I = \sum b_i I_i = \sum b_i I_R 2^{-i} = \sum b_i V_R/R 2^{-i}$
- AO transf. curentul I în tensiunea $V_0 = -R_r I = -\sum b_i V_R 2^{-i}$ dacă $R_r = R$

32

2". CNA R-2R (în scară) cu ieșire în tensiune



Ieșire direct în tensiune, fără AO

Q: arătați că se obține la ieșire $V(N) = V_R \sum b_i 2^{-i}$ ca și la celelalte convertoare

33

Caracterizarea erorilor la CNA cu rețea rezistivă

- Fiecare bit contribuie cu o tensiune/curent la rezultatul final
- Eroarea corespunzătoare unui număr este suma erorilor biților individuali; de ex $e_{1101} = e_{1000} + e_{0100} + e_{0001}$
- Se poate caracteriza complet un CNA măsurînd doar erorile numerelor de forma: 000...1, ... 001...0, 010...0, 100...0 (numerele coresp. *tranzițiilor principale*)
- Ex: o tranz. principală pe 4b este 0011 → 0100
- un CNA de n biți → 2^n trepte → doar n măsurători → s.n. caracterizarea completă a CNA prin n măsurători
- **Aplicație:** un CNA cu $n = 3$ biți are următoarele erori la tranz. principale: $e_{100} = +0.5V$, $e_{010} = -0.5V$, $e_{001} = +1V$. Calculați erorile tuturor celor 8 trepte și reprezentați-le grafic (obs. repetarea unui *pattern* numit constelație de erori)

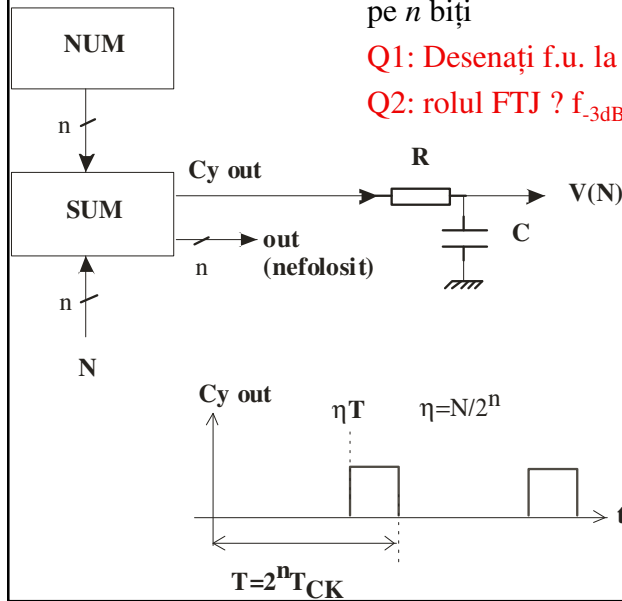
34

3. CNA fără rețea rezistivă

Exemplu de CNA cu sumator și numărător pe n biți

Q1: Desenați f.u. la ieșirea *Carry Out* !

Q2: rolul FTJ ? $f_{-3dB} = ?$

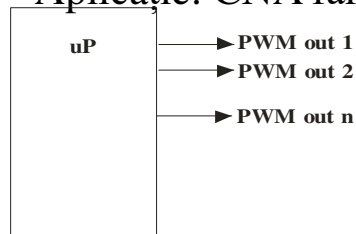


Q3: desenați valoarea medie a tensiunii la ieșirea *Carry Out* !

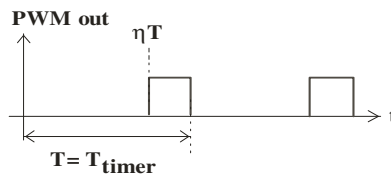
Q4: avantaje /dezavantaje față de CNA cu rețea rezistivă?

35

Aplicație: CNA fără rețea rezistivă, cu PWM



Q: scrieți o rutină software de PWM care să înlocuiască circuitul cu num. și sumator



- Aplicație tipică de tip CNA din $\mu P/\mu C$ în automatizări: varierea intensității unor lumini, a turației unor motoare, ...
- Ieșirea PWM: comandă un element de acționare (tranzistor, etc)
- Canale PWM hardware sau software (vezi curs Microcontrollore).
- FTJ tb. să „netezească” semnalul, a.î. de ex. în cazul comenzii unor LED-uri să nu se vadă „flicker” pe frecvența $1/(2^n T_{CK})$
- Alternativă fără FTJ: pt LED-uri, ochiul are efect de FTJ pentru frecvențe mai mari de aprox. 100Hz. Pt becuri/motoare, filamentul etc este el-însuși FTJ datorită inerției termice/mecanice

36

CNA cu multiplicare

- CNA clasic:

$$U_{OUT} = NV_R$$

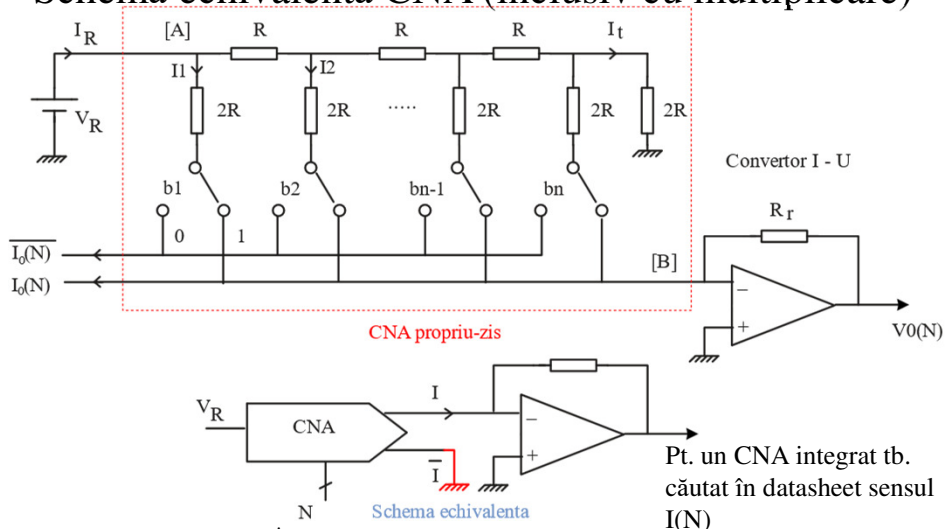
- CNA cu multiplicare:

$$U_{OUT} = NU_{IN}$$

deci în cazul CNA cu multiplicare, V_R nu este ct. ci este aplicat de utilizator. Exemplu: $V_R = U_{IN} = U_{IN}(t)$ variabil, de exemplu, un semnal audio. Reglînd N se reglează amplificarea semnalului audio.

37

Schemă echivalentă CNA (inclusiv cu multiplicare)

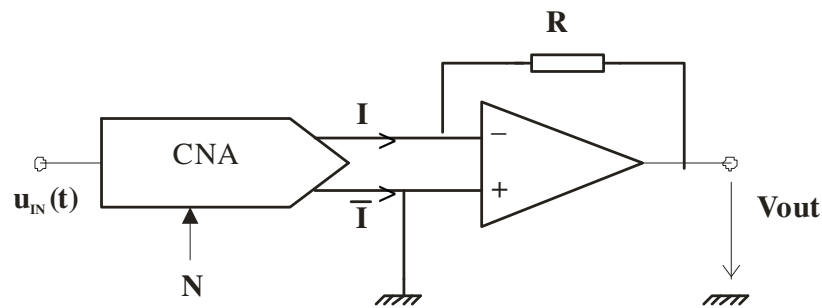


$$I(N) = \sum b_i I_i = \sum b_i I_R 2^{-i}$$

$$\bar{I}(N) = \sum \bar{b}_i I_i = \sum (1 - b_i) I_R 2^{-i} \quad \text{pentru ca sch. să fie echivalentă cu precedentă, ieșirea I barat tb. legată la masă !}$$

38

Aplicație 1: Amplificator inversor cu amplificarea comandată numeric



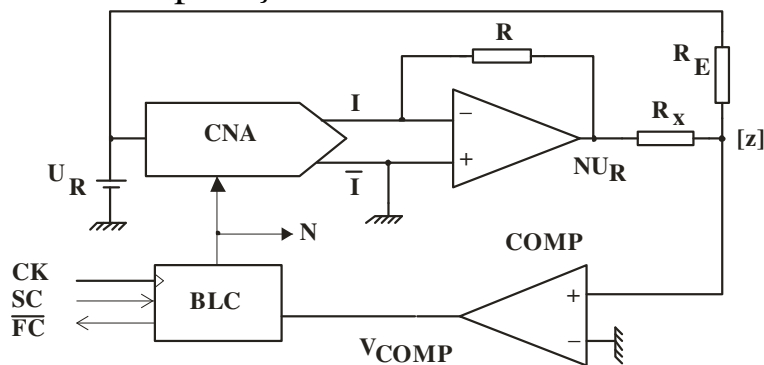
CNA cu multiplicare (u_{in} nu e ct.)

$$V_{out} = -u_{in}(t) \sum b_i 2^{-i} = -N u_{in}(t)$$

semnul „-” e datorită AO inversor

39

Aplicație 2: Ohmetru numeric



$$V_{COMP} = 1: N = N + 1$$

$$V_{COMP} = 0: STOP$$

Ohmetru: Q: arătați că $N = f(R_x)$, determinați relația de conversie

Obs 1: un ohmetru convertește R_x analogic în $N \rightarrow$ este un CAN; este un exemplu de CAN cu reacție (conține un CNA)

Obs 2: o schemă foarte asemănătoare va fi CAN cu rampă în trepte.

40