Lucrarea de laborator 5
Măsurarea caracteristicilor de amplitudine-frecvență

Scop: Măsurarea frecvenței de tăiere a unor filtre. Ridicarea şi reprezentarea caracteristicilor amplitudine-frecvenţă.

Breviar teoretic

Caracteristica de transfer

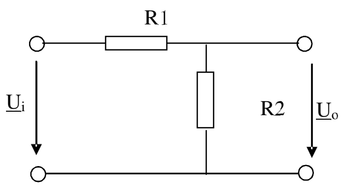


Fig. 1a

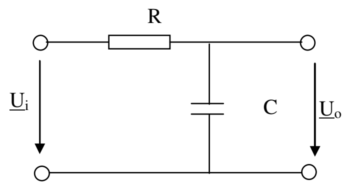


Fig. 1b

a) dacă la intrarea circuitului pasiv și rezistiv din fig. 1a se aplică o tensiune *sinusoidală* de amplitudine U_{in}, tensiunea de la ieșire este redusă (atenuată) cu factorul pe care-l vom nota H:

$$H = \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Se observă că H <1 (circuit pasiv) deci se spune că circuitul atenuează: $U_{out} < U_{in}$
Se mai observă că pentru circuitul rezistiv:

$$H = ct \neq f(\omega)$$

adică factorul de atenuare nu depinde de frecvență; circuitul funcționează la fel cu tensiuni continue sau tensiuni alternative de orice frecvență.

b) dacă însă circuitul se modifică ca în fig. 1b, prin introducerea unui condensator a cărui reactanță depinde de frecvență:

$$X_C = \frac{1}{j\omega C}$$

Atunci noul factor de atenuare va depinde și el de frecvență și va fi:

$$H(\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

unde am notat $\omega_0 = 1/RC$

Întrucît voltmetrele (și osciloscopul) nu măsoară partea imaginară a tensiunii, extragem modulul lui H:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}$$

H(ω) se mai numește *caracteristică de transfer* a unui circuit (diport) în regim armonic (atunci cînd semnalele cu care se lucrează sunt de tip armonic – sinusoidale sau cosinusoidale).

***Observație*:** Toate relațiile din această lucrare sunt valabile pentru semnale sinusoidale (regim armonic). Dacă se folosesc alte tipuri de semnale atunci aceste relații nu mai sunt valabile.

Se observă ca tensiunea măsurată la ieșirea circuitului

$$U_{out} = U_{in}|H(\omega)|$$

variază proporțional cu modulul caracteristicii (funcției) de transfer, deoarece tensiunea de intrare este constantă.

Pentru circuitul dat ca exemplu în figura 1b se observă ca modulul funcției de transfer are valoarea maximă la frecvența zero și tinde la zero cînd frecvența crește la infinit. În consecință și tensiunea semnalului de la ieșire va avea aceeași variație.
Pentru circuitul din figura 1b spunem că are un comportament de tip ***filtru terce jos*** deoarece:

- Dacă semnalul de intrare este un semnal sinusoidal de frecvență mică, atunci amplitudinea (sau tensiunea efectivă, dacă semnalul se măsoară cu voltmetrul de C.A.) semnalului de la ieșire va avea o valoarea apropiată de valoarea maximă (deoarece modulul funcției de transfer este maxim la frecvențe joase)
- Dacă semnalul de intrare este un semnal sinusoidal de frecvență mare, atunci amplitudinea semnalului de ieșire va tinde spre zero cu cît frecvența este mai mare.

Spunem că semnalul lasă să treacă semnalele de frecvențe joase și le rejectează/ taie/ elimină pe cele de frecvență mare.

Se definește ***banda de trecere a unui filtru*** ca domeniul de frecvențe pentru care amplitudinea (tensiunea efectivă) semnalului de ieșire ***este mai mare*** decît o anumită valoare de prag.

Se definește ***banda de oprire a unui filtru*** domeniul de frecvențe pentru care amplitudinea (tensiunea efectivă) semnalului de ieșire ***este mai mică*** decît o anumită valoare de prag.
Pragul din definițiile de mai sus se consideră acolo unde puterea de ieșire se reduce la jumătate din puterea maximă a semnalului de la ieșire, iar frecvența la care se atinge acest prag se numește ***frecvență de tăiere*** *(f_0 sau f_T sau f_{-3dB} pentru frecvență; ω_T sau ω_{3dB} pentru pulsație).*

$$\frac{P_{out}(\omega_T)}{P_{out\ max}} = \frac{\mathrm{U}^2_{\mathrm{out}}(\omega_T)}{\mathrm{U}^2_{\mathrm{out\ max}}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\mathrm{U_{out}}(\omega_T)}{\mathrm{U_{out\ max}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

Dacă se lucrează în decibeli se obține:

$$20\ lg\left(\frac{U_{out}(\omega_T)}{U_{out\ max}}\right) = U_{out}(\omega_T)_{dB} - U_{out\ max_{dB}} = 10lg\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cong -3dB$$

Se observă că la frecvența de tăiere puterea (tensiunea) semnalului de ieșire scade cu 3dBfață de puterea (tensiunea) maximă a semnalului de ieșire. Din acest motiv frecvența de tăiere se mai notează și f_{-3dB}.

Aplicînd definiția frecvenței de tăiere pentru filtrul trece jos din figura 1b se determina valoarea acesteia.

$$\mathrm{U_{out\ max}} = \mathrm{U_{in}}|\mathrm{H}(\omega)|_{max}$$

Dar valoarea maximă a modului funcției de transfer este 1. Rezultă că

$$\mathrm{U_{out\ max}} = \mathrm{U_{in}}$$

$$\frac{\mathrm{U_{out}}(\omega_T)}{\mathrm{U_{out\ max}}} = \frac{U_{in}|\mathrm{H}(\omega_T)|}{U_{in}} = |\mathrm{H}(\omega_T)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Se observă că la frecvența de tăiere modulul funcției de transfer este $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$ sau -3dB, dacă se lucrează cu valoarea exprimată în decibeli. Din relația de mai sus se poate obține expresia frecvenței de tăiere:

$$|\mathrm{H}(\omega_T)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_T}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \omega_T = \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

În consecință, pentru filtrul trece jos din figura 1b (sau figura 4a) ***banda de trecere*** este intervalul de frecvențe cuprins între frecvența zero și frecvența de tăiere, iar

banda de oprire este intervalul de frecvențe cu valori mai mari decît frecvența de tăiere (Figura 2a).

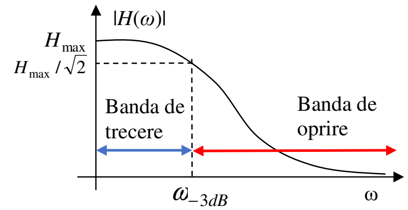


Figura 2a): $|H(\omega)|$ *de tip FTJ*

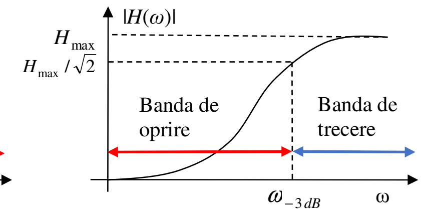


Figura 2b): $|H(\omega)|$ *de tip FTS*

Un alt circuit studiat în lucrare este reprezentat în figura 4b. Circuitul are un comportament de tip filtru ***trece sus***, așa cum se observă și din forma modulului funcției de transfer prezentată în figura 2b:

- Dacă semnalul de intrare este un semnal sinusoidal de frecvență mai mică decît frecvența de tăiere, atunci amplitudinea (sau tensiunea efectivă, dacă semnalul se măsoară cu voltmetrul de C.A.) va tinde spre zero cu cît frecvența scade spre valoarea zero.
- Dacă semnalul de intrare este un semnal sinusoidal de frecvență mai mare decît frecvența de tăiere, atunci amplitudinea semnalului de ieșire va avea o valoarea apropiată de valoarea maximă (deoarece modulul funcției de transfer este maxim la frecvențe mari).

Exercițiu: Să se refacă analiza pentru circuitul din figura 4b și să se arate, plecînd de la definiție, că frecvența de tăiere este $\omega_T = \omega_0 = \frac{1}{RC}$

Observație: Pentru cele două circuite studiate în lucrare modulul funcției de transfer are valoarea maximă egală cu unitatea ($|\mathrm{H}(\omega)|_{max} = 1$). Din acest motiv, tensiunea maximă de la ieșire este egală cu tensiunea de intrare.

$$\mathrm{U_{out\ max}} = \mathrm{U_{in}}|\mathrm{H}(\omega)|_{max} = \mathrm{U_{in}}$$

Pentru acest tip de circuite se poate defini (incorect, dar valabil în aceste cazuri particulare) frecvența de tăiere ca frecvența la care tensiunea de ieșire scade cu 3dB comparativ cu tensiunea semnalului sinusoidal de intrare. Această definiție va fi folosită și în lucrarea de laborator pentru măsurarea frecvenței de tăiere. Pe baza faptului că $U_{out\ max}=U_{in}$, frecvența de tăiere se va măsura ca frecvența la care amplitudinea (sau tensiunea efectiva) semnalului de la ieșire scade cu 3dB comparativ cu amplitudinea (sau tensiunea efectiva) semnalului de intrare.

Exercițiu: Să se arate că definiția frecvenței de tăiere din observația de mai sus nu este valabilă pentru filtrul trece jos echivalent (figura 6) obținut la măsurarea impedanței de intrare în osciloscop.

Pe caracteristicile din figurile 2a și 2b regăsim frecvența de tăiere notată f_0 sau f_{-3dB}. Așa cum s-a arătat mai sus, această frecvență este cea la care valoarea modulului funcției de transfer este redusă la 0.707 .
Așadar se observă că la f_0 modulul funcției de transfer este cu 3 dB mai mic decît valoarea maximă a acestuia (exprimat în dB).

$$\left|H\left(\omega_{-3\mathrm{dB}}\right)\right|_{dB} = \max_{\omega}\left\{\left|H\left(\omega\right)\right|_{dB}\right\} - 3 \qquad \text{sau}$$

$$\left|H\left(\omega_{-3\mathrm{dB}}\right)\right| = \frac{\max_{\omega}\left\{\left|H\left(\omega\right)\right|\right\}}{\sqrt{2}} \cong 0.707 \cdot \max_{\omega}\left\{\left|H\left(\omega\right)\right|\right\}$$

$|H(\omega)|$ se măsoară aplicînd la intrarea circuitului un semnal sinusoidal cu frecvența f și amplitudinea U_i cunoscute. Se măsoară amplitudinea semnalului de la ieșirea circuitului, U_0, și se determină modulul funcției de transfer la frecvența f:

$$\left|H(\omega)\right| = \frac{U_0}{U_i}$$

Efectuînd măsurătoarea descrisă mai sus se obține o singură valoare a modulului caracteristicii de transfer, valoarea pentru frecvența semnalului aplicat la intrarea circuitului. Pentru determinarea întregii caracteristici de transfer trebuie să se repete măsurătoarea la mai multe frecvențe, suficient de apropiate pentru a nu pierde modificări importante ale funcției, și să se reprezinte graficul funcției prin interpolarea punctelor obținute.
În general, dacă $\left|H(\omega)\right|>1$ se spune că circuitul amplifică, dacă $\left|H(\omega)\right|<1$ circuitul atenuează.

Caracteristica de amplitudine exprimată în decibeli (dB) se notează $\left|H(\omega)\right|_{dB}$:

$$\left|H(\omega)\right|_{dB} = 20lg\left|H(\omega)\right| = 20lg\frac{U_0}{U_1} \tag{1}$$

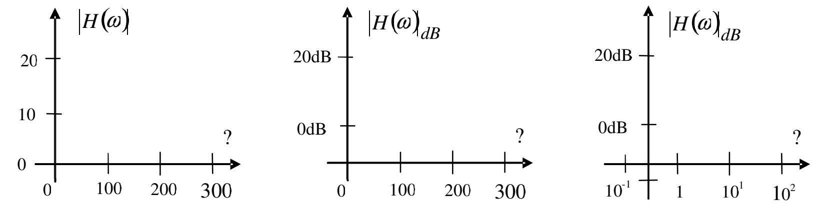
Introducînd în raportul din (1) aceeași valoare de referință la numitor și numărător, se observă că *raportul* de tensiuni (în volți) devine *diferență* a două valori de tensiune exprimate în dB față de aceeași tensiune de referință (de exemplu U_{ref} = 1V):

$$\left|H(\omega)\right|_{dB} = 20lg\frac{U_0}{U_{ref}} - 20lg\frac{U_i}{U_{ref}}$$

unde $20lg\dfrac{U_0}{U_{ref}}$ este chiar indicația voltmetrului în decibeli (pe care o putem nota $U_o\,[dB]$). Se obține:

$$\boxed{\left|H(\omega)\right|_{dB} = U_0[dB] - U_i[dB]}$$

Caracteristica de amplitudine (sau amplitudine-frecvență) reprezintă variația modulului funcției de transfer cu frecvența f , sau pulsația $\omega = 2\pi f$.
Reprezentarea grafică a caracteristicii de amplitudine se poate face într-un sistem de coordonate liniar, semilogaritmic sau dublu logaritmic (figura 3), preferîndu-se de obicei al treilea sistem. Sistemul dublu logaritmic, denumit și diagramă Bode, permite reprezentarea caracteristicilor de amplitudine într-un domeniu larg de frecvente.



a. liniar b. semilogaritmic c. dublu logaritmic

Figura 3

Definiții: Domeniul de frecvente unghiulare (pulsații) cuprins între o valoare arbitrară ω_1 și $10\omega_1$ se numește ***decadă***, iar domeniul cuprins între ω_1 și $2\omega_1$, ***octavă***.

Observație: denumirea de **octavă** poate părea confuză în cazul dublării frecvenței, dar provine din teoria muzicii, unde o octavă se definește ca fiind intervalul (distanța în frecvență) de **8** note, dintre o notă de o frecvență oarecare și aceeași notă de frecvență de 2 ori mai mare; de exemplu nota La din octava centrală = 440Hz, La din octava următoare = 880Hz).

Circuitele studiate în lucrare sunt reprezentate în figura 4:

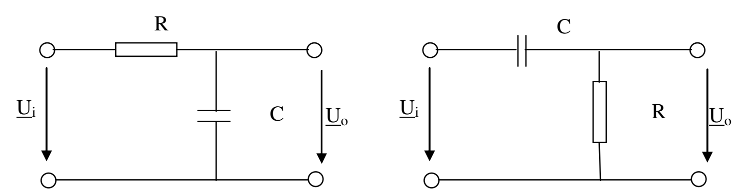


Figura 4: a) FTJ sau circuit de integrare *b) FTS sau circuit de derivare*

Formulele de calcul pentru funcțiile de transfer ale circuitelor sunt:
- Circuitul de integrare, numit și *filtru trece-jos* (FTJ)

$$H(\omega)=\frac{\underline{U_o}}{\underline{U_i}}=\frac{Z_C}{R+Z_C}=\frac{1}{1+\mathrm{j}\omega RC}$$

$$|H(\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$

- Circuitul de derivare, numit și *filtru trece-sus* (FTS)

$$H(\omega)=\frac{\underline{U_o}}{\underline{U_i}}=\frac{R}{R+Z_C}=\frac{\mathrm{j}\omega RC}{1+\mathrm{j}\omega RC}$$

$$|H(\omega)|=\frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$

În ambele cazuri frecvența de *tăiere* (frecvența la care modulul funcției de transfer scade cu 3dB, notată $f_t = f_{-3dB}$) este dată de relația (2)

$$\boxed{f_t=\frac{1}{2\pi RC}} \tag{2}$$

Impedanța de intrare în osciloscop

Are structura din figura 5:

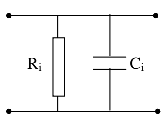


Figura 5: Impedanța de intrare în osciloscop

Pentru măsurarea capacității de intrare în osciloscop se introduce în serie pe intrarea osciloscopului o rezistență adițională R_0 (așa cum s-a făcut și în cazul măsurării rezistenței de intrare). Se formează astfel un filtru trece jos echivalent (figura 6), care are caracteristica de transfer dată de relația (după efectuarea calculelor):

$$H(\omega)=\frac{U_2}{U_1}=\frac{R_i \parallel \frac{1}{j\omega C_i}}{R_0+R_i \parallel \frac{1}{j\omega C_i}}=...=\frac{R_i}{R_i+R_0}\,\frac{1}{1+j\omega(R_i \parallel R_0)C_i} \tag{3}$$

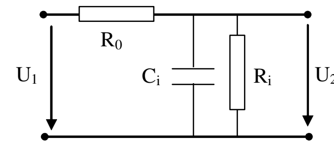


Figura 6: Filtrul trece jos echivalent

Caz particular: Pentru frecvente joase, capacitatea de intrare se poate neglija, circuitul devenind un simplu divizor rezistiv având funcția de transfer:

$$H(\omega)=\frac{R_i}{R_0+R_i}$$

Pentru frecvențe mari, unde nu se mai poate neglija efectul capacității de intrare, aplicăm relația (3) în modul (căci amplitudinea semnalului este o mărime reală); dacă amplitudinea de la generator este A_i, amplitudinea de la ieșire (măsurată pe ecranul osciloscopului) va fi:

$$A_o(\omega)=A_i\frac{R_i}{R_i+R_o}\,\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2(R_0 \parallel R_i)^2 C_i^{\,2}}} \tag{4}$$

Pentru filtrul trece jos echivalent frecvența de tăiere se poate calcula cu expresia

$$f_{-3dB}=\frac{1}{2\pi\cdot(R_0 \parallel R_i)C_i} \tag{5}$$

Relația 5 se deduce punînd condiția ca la frecvența de tăiere amplitudinea semnalului de ieșire să fie mai mică cu 3dB decît amplitudinea maximă a semnalului de ieșire (care se obține la frecvențe mici, cînd *C* se neglijează).

$$A_{o\max}=A_i\frac{R_i}{R_i+R_o} \tag{6}$$

$$A_o(\omega_{-3dB})=\frac{A_{o\max}}{\sqrt{2}} \tag{7}$$

$$A_o(\omega_{-3dB})=A_i\frac{R_i}{R_i+R_o}\,\frac{1}{\sqrt{1+(\omega_{-3dB})^2(R_0 \parallel R_i)^2 C_i^{\,2}}} \tag{8}$$

Din relațiile 7 și 8 se deduce imediat expresia frecvenței de tăiere la -3dB (formula 5).

Desfăşurarea lucrării

Se trece multimetrul numeric pe modul voltmetru de AC prin apăsarea **ACV**. Dacă afişajul în dB/dBm nu este aprins, se apasă **SHIFT** şi **dBm**.

Se verifică pentru multimetrul numeric ca măsurarea tensiunii în dB să se facă avînd ca rezistenţă de referinţă 1000Ω, şi deci o tensiunea de referinţă de 1V:

- se apasă **SHIFT** şi **SET**
- se apasă **Ω** şi se setează valoarea 1000. Se apasă, din nou, butonul **SET**.

Astfel nivelul indicat este exprimat în dB (0 dB = 1 V) şi nu în dBm. Dacă s-ar dori indicarea în dBm, s-ar seta prin aceeaşi metodă valoarea 600.

Atenţie! indiferent de valoarea setată pentru rezistenţă, pe afişajul digital este aprinsă indicaţia luminoasă dBm (este un marcaj pre-tipărit pe mască şi nu se modifică). Prin urmare, singurul mod de a şti ce referinţă se foloseşte este cel prezentat. La milivoltmetrul analogic însă, scările sunt marcate explicit în dB şi dBm – se va folosi cea de dB.

1. Măsurarea frecvenţei de tăiere a filtrului trece jos(circuitului integrator)

a) Se măsoară valorile R, C disponibile la masă, folosind multimetrul numeric, pe modul ohmetru, respectiv capacimetru.

Se calculează frecvenţa de tăiere $f_{t\ calc}$ pentru circuitul FTJ din figura 4a, pe baza formulei (2) şi a valorilor componentelor de la masă.

b) Se realizează circuitul pe placa de test

În figura 7 este precizat modul de conectare a aparatelor de măsură şi a generatorului. Masa este comună pentru toate aparatele (crocodilii negri). Semnalul de la intrare se măsoară cu multimetrul numeric (notat V1), iar cel de la ieşire cu milivoltmetrul analogic de c.a., notat V2 pe desen. Circuitul este un filtru trece jos (FTJ). Justificare: la frecvenţe joase funcţia de transfer în tensiune este aproximativ 1 ($U_o = U_i$), deci circuitul lasă să treacă cu precădere semnalele de frecvenţă joasă.

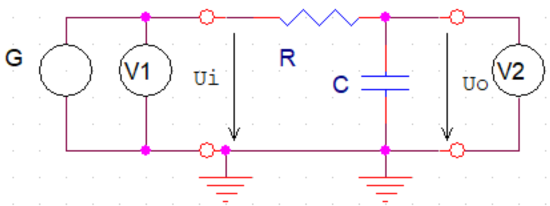
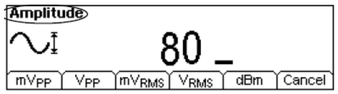


Figura 7: Montajul de măsură pentru ridicarea caracteristicii de amplitudine

c) Se măsoară frecvenţa de tăiere a filtrului trece jos realizat, astfel:

c1) La intrarea circuitului se introduce de la generatorul de funcţii un semnal **sinusoidal** de frecvenţă joasă $f_1 = 1/10\, f_{t\ calc}$, fără componentă continuă. Nivelul (amplitudinea) se reglează de la generator a.î. U_i = 0dB şi se verifică că pe scara de dB a multimetrului numeric se citeşte 0 dB. Nivelul semnalului de la ieşire $U_o[dB]$, se măsoară pe scara de dB a milivoltmetrului analogic de curent alternativ.

Indicaţie: pt. reglaj, calculaţi ce tensiune în V corespunde unei valori de 0dB. La generator nu veţi seta ca pînă acum valori de vîrf sau vîrf-la-vîrf, ci valori efective (V_{RMS}), întrucît şi voltmetrele sunt gradate în valori efective! Desenul amplitudinii din partea din stînga-sus a afişajului generatorului corespunde la V_{PP} şi este fix - nu se schimbă cînd selectaţi V_{RMS}.



c2) Se verifică că tensiunile la intrarea şi ieşirea circuitului, măsurate de cele 2 voltmetre, sunt egale: $U_o[dB] = U_i[dB]$ = 0dB (este permisă o abatere foarte mică, datorită faptului că aparatele nu sunt calibrate perfect şi de asemenea frecvenţa nu e chiar 0Hz).

c3) Se *creste* frecvenţa semnalului de intrare (folosind selectorul rotativ de la generator, şi eventual cele 2 săgeţi de sub el, pentru a selecta ce digit se reglează; astfel se poate regla fin sau brut frecvenţa) pînă cînd $U_o[dB] = –3$ dB. Aceasta reprezintă frecvenţa de tăiere a circuitului (măsurată), f_{-3dB}.

c4) Se observă că amplitudinea semnalului de la intrare nu se modifică, sau se modifică foarte puţin.

Observaţie importantă: Efectul filtrului este, evident, modificarea amplitudinii semnalului de la *ieşire*, nu de la *intrare,* aceasta fiind dată de generator. Reglarea frecvenţei de la generator nu ar trebui să aibă efect şi asupra amplitudinii acesteia, fiind reglaje independente. Totuşi, poate apare o mică modificare a amplitudinii de la *intrare*; acesta este un fenomen parazit, nedorit, cauzat de modificarea cu frecvenţa a reactanţei condensatorului, deci implicit a impedanţei de intrare a filtrului. Această impedanţă de intrare vine în serie cu rezistenţa de ieşire a generatorului, *care este nenulă* (tipic 50Ω), formînd un divizor de tensiune. Dacă generatorul ar fi o sursă ideală cu $R_g=0$, acest fenomen nedorit nu ar apărea. În lucrările precedente, la generator am conectat doar osciloscopul, care are o impedanţă foarte mare (1MΩ), deci acest efect nu apărea.
Dacă valorile R, respectiv C alese sunt suficient de mari, respectiv mici, astfel încît „încărcarea” generatorului să fie slabă, modificarea cu frecvenţa a amplitudinii de la intrare este neglijabilă. Din acest motiv, uzual se renunţă la voltmetrul de la intrare.

d) Se verifică în continuare liniaritatea circuitului cu nivelul de semnal.

- se va lucra cu semnal sinusoidal de frecvenţă f_{-3dB} măsurată la punctul 1c
- se modifică la generator nivelul (amplitudinea) semnalului de intrare pe rînd la valorile –5 dB, 0dB şi +5 dB, (calculînd mai întîi în volţi şi urmărind obţinerea acestor valori pe multimetrul numeric).
- se citeşte în cele 3 cazuri nivelul semnalului de ieşire al circuitului în dB pe milivoltmetrul analogic. Dacă valoarea este prea mare, se modifică după caz selectorul de scări al milivoltmetrului.

Explicaţi rezultatul: este circuitul liniar?

Observație: Se știe că o ecuație este liniară dacă ieșirea este egală cu intrarea înmulțită cu o constantă, care *nu se modifică* indiferent de valoarea intrării. În cazul citirii valorilor în dB, înmulțirea devine adunare, deci urmărim să verificăm dacă diferența ieșire-intrare este aceeași, indiferent de nivelul de intrare.

2. Măsurarea caracteristicii amplitudine - frecvență a FTJ

a) Se determină modulul funcției de transfer pentru circuitul integrator (filtru trece jos) (figura 4a). La intrarea circuitului se introduce un semnal sinusoidal de frecvențele f_i din tabel, unde $f_{-3\mathrm{dB}}$ este frecvența *măsurată* la punctul 1b), avînd nivelul (amplitudinea) reglat la $U_i[dB]$ = 0dB. Se măsoară pe scara de dB a milivoltmetrului de c.a. nivelul semnalului de la ieșire $U_0[dB]$. Modulul funcției de transfer va fi $\left|H(\omega)\right|_{dB} = U_0\big|_{dB} - U_i\big|_{dB}$

b) Din măsurătorile efectuate la punctul 2a) se determină panta filtrului în *banda de oprire* (zona de frecvențe *mai mari* ca $f_{-3\mathrm{dB}}$). Panta filtrului se va calcula atît în dB/decadă cît și în dB/octavă (cu cîți decibeli a scăzut amplitudinea cînd frecvența semnalului crește de 10 ori, respectiv de 2 ori) alegînd frecvențe din tabel care se află în raportul cerut, **în banda de oprire** (deci la frecvențe mai mari decît $f_{-3\mathrm{dB}}$)

c) Se reprezintă grafic pe hîrtia logaritmică modulul funcției de transfer funcție de frecvență pentru circuitul integrator. De ce acest circuit îndeplinește funcția de filtru trece jos?

3. Măsurarea frecvenței de tăiere a filtrului trece sus (circuitului derivator)

Se realizează pe placa de test schema circuitului FTS, cu aceleași componente. Procedînd ca la punctul 1b) se măsoară frecvența de tăiere la -3dB.

***Observație*:** în acest caz se pleacă de la o frecvență de valoare **mare,** $f_2=10 f_{tcalc}$, la care se reglează $U_i[dB]$ = 0dB și se verifică dacă $U_o[dB]$ = 0dB. Apoi se va *scădea* frecvența pînă cînd se ajunge cu indicația de la ieșire $U_o[dB]$ = –3 dB. Indicația U_i de la intrare nu trebuie să se modifice.

4. *Măsurarea caracteristicii amplitudine - frecvență a FTS*

a) Procedînd ca la punctul 2a) se determină modulul funcției de transfer pentru filtrul trece sus (figura 4b). Măsurarea se va efectua la frecvențele din tabel, unde $f_{-3\mathrm{dB}}$ este frecvența măsurată la punctul 3.

b) Din măsurătorile efectuate la punctul 4a) se determină panta filtrului în banda de oprire (zona de frecvențe *mai mici* ca $f_{-3\mathrm{dB}}$). Panta filtrului se va calcula atît în dB/decadă cît și în dB/octavă (cu cîți decibeli a scăzut amplitudinea pentru un raport al frecvențelor de 10 ori, respectiv de 2 ori). Se vor alege oricare 2 frecvențe din tabel care se află în raportul cerut, *în banda de oprire.*

***Observație*:** în cazul FTJ banda de oprire este în dreapta lui f_0, iar în cazul FTS este în stînga lui f_0.

c) Se reprezintă grafic modulul funcției de transfer funcție de frecvență pentru circuitul derivator. De ce acest circuit îndeplinește funcția de FTS?

5. *Determinarea răspunsului în domeniul timp pentru circuitele FTJ/FTS*

Pînă acum am studiat răspunsul în frecvență a filtrelor (variația amplitudinii cu frecvența). Răspunsul în timp se referă la reprezentarea formei de undă avînd timpul pe axa X. Vom studia de ce circuitele FTJ/FTS se numesc, respectiv, integrator/derivator.

Aplicați la intrarea filtrului, pe rînd, cîte un semnal ***dreptunghiular*** de amplitudine 4V și frecvențe $\{f_1=f_t/5,\ f_2= f_t,\ f_3= 5\cdot f_t\}$. Desenați cele 3 semnale vizualizate pe osciloscop la ieșirea filtrului.

***Atenție*:** pentru ca cele 3 imagini să poată fi comparate vizual:
- pentru fiecare frecvență, C_x se va modifica a.î. să intre aproximativ ***aceleași*** număr de perioade (3..4 perioade) pe ecran, pe toate cele 3 grafice.
- se va ajusta C_y în scopul de a vizualiza amplitudinea pe cît mai mult din ecran pe verticală (fără a depăși limitele).

Explicați: de ce circuitele au numele integrator, respectiv derivator?

***Indicație*:** *Gîndiți-vă care este expresia analitică a unui semnal dreptunghiular (expresia analitică a unui semnal sinusoidal se regăsește la pagina 1, și implicit forma acestuia nu se modifică prin integrare/derivare), apoi gîndiți-vă la forma semnalelor obținute la ieșire pentru cele 3 cazuri.*

6. *Măsurarea capacității de intrare în osciloscop*

a) Se inserează rezistența R_0 (de valoare mare, peste 500KΩ) între crocodilii roșii ai celor 2 aparate, obținînd schema echivalentă din figura 6.

b) Se setează de la generator semnal ***sinusoidal*** de frecvență f=200Hz și se reglează la generator amplitudinea semnalului astfel încît amplitudinea semnalului vizualizat pe osciloscop să fie U_o=4V (C_y=1V/div). *(Aceasta este amplitudinea de ieșire, nu cea de intrare).* C_x se reglează a.î. să se observe între 5 și 10 perioade pe ecran.

c) Fără a modifica amplitudinea la generator, se crește frecvența pînă cînd amplitudinea semnalului de pe ecranul osciloscopului scade cu 3dB față de valoarea precedentă. Se notează valoarea amplitudinii semnalului de pe ecran, U_1, precum și valoarea frecvenței de tăiere. Din formula frecvenței de tăiere (formula 5) se determină valoarea capacității de intrare.

***Observația 1*:** Scăderea cu 3dB este echivalentă cu o scădere a amplitudinii la valoarea $U_1 = 0{,}707\cdot U_0$ - definiția frecvenței de tăiere.

***Observația 2*:** Reamintim din lucrarea 3 că R_i =1MΩ.

d) Se scoate rezistența R_0 , conectînd direct crocodilii între ei, și se citește pe ecran noua amplitudine, $\boldsymbol{U_2}$ (ajustați C_y dacă e nevoie). Se revine apoi la frecvența de 200 Hz și se citește din nou valoarea amplitudinii, $\boldsymbol{U_2'}$. Cum sunt cele două valori, în relație una cu alta și cu U_1, U_0 ? De ce? Comentați din perspectiva efectului capacității și rezistenței de intrare în osciloscop.

Probleme rezolvate:

1. Să se deducă formula frecvenței de tăiere pentru circuitele din figura 3.

Rezolvare:

Pentru circuitul trece jos funcția de transfer și modulul funcției de transfer sunt:

$$H(\omega)=\frac{1}{1+j\omega RC} \tag{9}$$

$$|H(\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \tag{10}$$

Se observă că $|H(\omega)|_{\max}=1$ și se obține pentru frecvența $f = 0Hz$. Frecvența de tăiere este frecvența unde modulul funcției de transfer scade cu 3dB fată de valoarea maximă sau, echivalent, unde modulul funcției de transfer are valoarea:

$$|H(\omega_{-3dB})|=\frac{|H(\omega)|_{\max}}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}} \tag{11}$$

Din relațiile 10 și 11 se verifică imediat că $\omega_T=\omega_{-3dB}=\frac{1}{RC}$

Procedînd similar se deduce relația frecvenței de tăiere și pentru filtrul trece sus.

***Observație*:** Ținînd cont de relația frecvenței de tăiere, funcțiile de transfer pentru cele două circuite studiate se mai pot scrie:

$$H_{FTJ}(\omega)=\frac{1}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_{-3dB}}} \qquad H_{FTS}(\omega)=\frac{j\dfrac{\omega}{\omega_{-3dB}}}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_{-3dB}}} \tag{12}$$

2. La intrarea unui circuit de tip filtru trece jos (figura 3) se aplică un semnal sinusoidal de frecvență $f_0 = 10kHz$ cu amplitudinea $A=10V$. Componentele filtrului sunt $C=10/2\pi$ nF și R=20kΩ. Să se calculeze frecvența de tăiere, modulul și argumentul funcției de transfer. Să se scrie expresia semnalului de ieșire, dacă faza semnalului de intrare este zero.

Rezolvare:

Pe baza relației 2 se verifică imediat că frecvența de tăiere este $\boldsymbol{f_{-3dB}=1/2\pi RC=5kHz}$.

Folosind relația 13 și expresiile pentru modulul și argumentului funcției de transfer se obține:

$$|H(\omega_0)|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega_0 RC)^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+(10/5)^2}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\arg\{H(\omega_0)\}=-arctg(\omega_0 RC)=-arctg\left(\frac{\omega}{\omega_{-3dB}}\right)=-arctg(5)=\text{-78,7}^0=1{,}373rad$$

Expresia semnalului de ieșire va fi:

$$u_0(t)=A\cdot|H(\omega_0)|\cdot\sin(\omega_0 t-\arg\{H(\omega_0)\})=\frac{10}{\sqrt{5}}\sin(\omega_0 t-1{,}373)$$

Exercițiu: Să se repete problema pentru filtrul trece sus.

3. La intrarea unui circuit de tip filtru trece jos (figura 3) se aplică un semnal sinusoidal cu amplitudine $A=4V$. Cînd semnalul de intrare are frecvență $f_1=10kHz$ semnalul de la ieșirea circuitului are amplitudinea $A_1=4/\sqrt{10}$. Știind că rezistența R = 1kΩ să se deducă valoarea capacității C.

Rezolvare:

Modulul funcției de transfer este egal cu raportul între amplitudinea semnalului de ieșire și amplitudinea semnalului de intrare. Se obține:

$$|H(\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega_1 RC)^2}}=\frac{A_1}{A}=\frac{1}{\sqrt{10}} \tag{10}$$

Se obține $\omega_1 RC=3$, iar $C=\frac{3}{\omega_1 R}=\frac{3}{2\cdot\pi\cdot10^3\cdot10^4}=\frac{150}{\pi}nF$

Întrebări pregătitoare pentru laborator

Atenție! veniți cu calculator științific!

1. Să se deducă expresia funcției de transfer, modulul și argumentul funcției de transfer pentru circuitele din figura 4
2. Determinați valoarea $U_1/U_2|_{dB}$, dacă U_1/U_2=20.
3. Determinați valoarea U_1/U_2, dacă $U_1/U_2|_{dB}$ =34 dB.
4. Să se calculeze modulul funcției de transfer în tensiune pentru circuitele din figura 3, la frecvențele $f_t/10$, $f_t/4$, f_t, $2f_t$, $4f_t$, $10f_t$.
5. În montajul din figura 7, se măsoară variația cu frecvența a amplitudinii de la ieșirea filtrului (U_o) folosind voltmetrul V_{ca}. Explicați de ce s-a mai conectat și voltmetrul V_{1ca} pe intrarea filtrului (U_i).
6. Explicați ce valoare (în dB) se ia de obicei pentru U_i în cazul problemei precedente.
7. Fie frecvența f_0 =5KHz. Calculați frecvențele $f_{1,2,3,4}$ aflate cu o octavă, respectiv decadă, deasupra și respectiv dedesubtul lui f_0.
8. Să se deseneze schema echivalentă folosită pentru măsurarea capacității de intrare în osciloscop.
9. Ce fel de circuit echivalent (FTS sau FTJ) formează impedanța de intrare în osciloscop ?
10. Definiți banda de trecere, respectiv de oprire, a unui FTS și FTJ.

Exerciții

1. Pentru circuitele din figura 8 să se calculeze modulul funcției de transfer la frecvențele $f_t/10$, $f_t/\sqrt{3}$, f_t, $\sqrt{3}f_t$, $10f_t$, unde f_t este frecvența de tăiere a circuitului, frecvența la care modulul funcției de transfer scade cu 3dB față de maximul său.

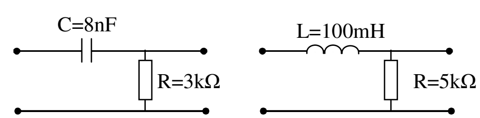


Figura 8