

Lucrarea de laborator nr. 6

Măsurarea impedanțelor

rev 6

Scop: Măsurarea impedanțelor folosind diverse metode de măsură: metoda directă prin utilizarea unui LCR-metru și ohmetru, metoda indirectă: puntea de curent continuu.

Breviar teoretic

În regim sinusoidal se definește impedanța $Z = \frac{U}{I}$ și admitanța $Y = \frac{I}{U} = \frac{1}{Z}$, unde U și I reprezintă fazorii tensiunii și intensității curentului electric din figura 1a.

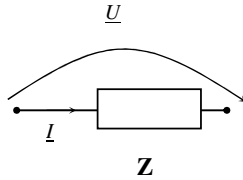


Figura 1a

În general aceste mărimi sînt mărimi complexe, putînd fi scrise sub forma algebrică

$$Z = R + jX, Y = G + jB$$

R – rezistența serie

X – reactanța serie (cu $X > 0$ pentru impedanțe inductive și cu $X < 0$ pentru impedanțe capacitive)

G – conductanța paralel

B – susceptanța paralel (cu $B < 0$ pentru admitanțe inductive și cu $B > 0$ pentru admitanțe capacitive)

Relația de legătură între mărimile impedanței și ale admitanței se obține simplu

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2} \quad X = -\frac{B}{G^2 + B^2}$$

Modelul unei reactanțe cu pierderi

Se consideră o reactanță cu pierderi, avînd la frecvența f un factor de calitate Q . Pentru aceasta sînt posibile două modele de circuit: serie și paralel. În figura 1b sînt desenate cele 2 modele pentru o reactanță cu pierderi (pierdere = R_s nenul, R_p diferit de infinit).

X poate fi reactanța unei bobine, respectiv condensator:

$$X_L = \omega L \quad X_C = -\frac{1}{\omega C}$$

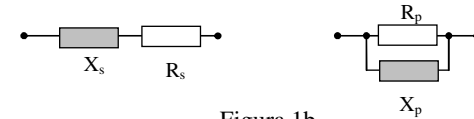


Figura 1b

Pentru cele două modele se definesc factorii de calitate Q_s și Q_p :

$$Q_s = \frac{|X|}{R} = \frac{|X_s|}{R_s} = \frac{\omega L_s}{R_s} = \frac{1}{\omega R_s C_s}$$

$$Q_p = \frac{|B|}{G} = \frac{R_p}{|X_p|} = \frac{R_p}{\omega L_p} = \omega R_p C_p$$

Fiind definiți pentru *aceeași* componentă fizică, cei doi factori de calitate trebuie să fie egali:

$$Q_s = Q_p = Q$$

Se definește și tangenta unghiului de pierderi, D :

$$D = \frac{1}{Q}$$

Relațiile de legătură între elementele celor două modele, la o frecvență fixată f , sînt:

$$X_p = X_s \left(1 + \frac{1}{Q^2} \right) = X_s (1 + D^2)$$

$$R_p = R_s (1 + Q^2)$$

Relația de echivalență între reactanțe se mai poate scrie în funcție de tipul reactanței, capacitivă respectiv inductivă, astfel:

$$L_p = L_s (1 + 1/Q^2)$$

$$C_s = C_p (1 + 1/Q^2) \quad (1)$$

Principiul măsurării cuadripolare

Atunci cînd se măsoară impedanțe mici, sau cînd sondele de măsură au lungime mare (măsurare distanță), impedanța sondelor și a rezistențelor de contact poate să nu mai fie neglijabilă, fiind comparabilă cu impedanța Z_x . Principiul de măsură folosește în fiecare capăt al impedanței două terminale. O pereche de terminale este folosită pentru injectarea curentului prin impedanța necunoscută Z_x , iar cealaltă pentru măsurarea tensiunii care cade pe Z_x . Conexiunea se numește *cuadripolară* datorită celor 4 terminale. Cele 2 perechi de terminale se conectează cît mai aproape de corpul impedanței.

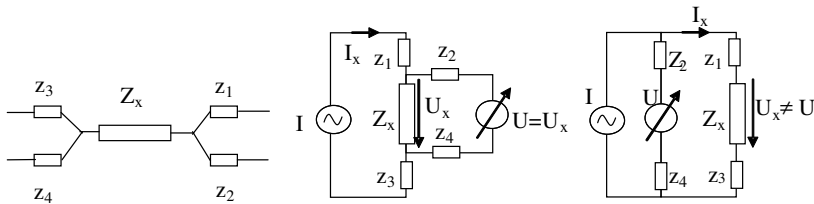


Figura 2a: Modelul cuadripolar

Figura 2b: Modelul bipolar

În figura 2a) este ilustrată conexiunea cuadripolară; se vine cu 2 perechi de fire separate:

- de la sursa I la Z_x , impedanțele (parazite) ale firelor de legătură sînt z_1, z_3
- de la voltmetru la Z_x , impedanțele firelor sînt z_2, z_4

Se observă că z_2 și z_4 sînt în serie cu voltmetrul care are impedanța de intrare foarte mare deci sînt neglijabile. z_1 și z_3 apar în serie cu sursa de curent, cu impedanța internă mare, așadar devin și ele neglijabile. Această schemă permite deci minimizarea efectului celor 4 impedanțe nedorite *mici*, făcîndu-le să apară în serie cu alte impedanțe *mari* care există deja în circuit.

În figura 2b) este ilustrată conexiunea bipolară. Aparatul de măsură conține sursa I și voltmetrul U, și se face legătura cu Z_x prin doar 2 fire de legătură z_1 și z_3 . De aceea, nu se mai pot separa căile de „curent” și „tensiune” și se măsoară impedanța care include și impedanța firelor:

$$Z_m = Z_x + z_1 + z_3$$

făcîndu-se o eroare sistematică

$$\varepsilon_{z_x}^s = \frac{z_1 + z_3}{Z_x}$$

De exemplu, în cazul măsurării unei rezistențe R , folosind pentru conectare niște cabluri avînd rezistența r , se obține o eroare sistematică, în cazul folosirii configurației bipolare (se folosesc doar două terminale):

$$\varepsilon_R^s = \frac{2r}{R}$$

Punți de curent continuu. Puntea Wheatstone

În figura 3 se prezintă schema unei punți Wheatstone, în care s-a notat cu r_g rezistența internă a sursei, iar cu R_V rezistența internă a indicatorului de nul (sau a voltmetrului).

Considerînd r_g neglijabil și R_V foarte mare, tensiunea de dezechilibru este dată de relația

$$U_d = E_g \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right)$$

Puntea este echilibrată atunci cînd $U_d = U_{I2} = 0$. La echilibru, între rezistențele punții există relația

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 \quad (4)$$

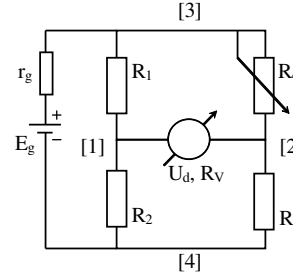


Figura 3

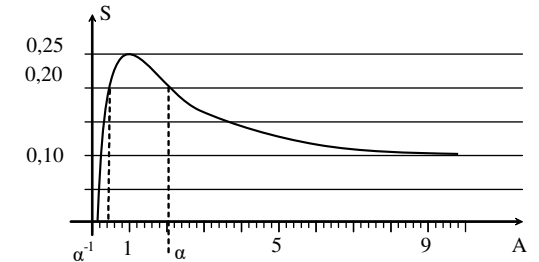


Figura 4

Se definește **raportul punții A**, ca fiind raportul a *oricare* două rezistențe *alăturate*, conectate la aceeași bornă a *voltmetrului*, cînd puntea este la echilibru.

$$A = \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} \text{ sau } A = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_4} \quad (5)$$

Factorul de reglaj σ (numit și dezechilibrul punții) se definește ca:

$$\sigma = \frac{R_4 - R_{40}}{R_{40}}$$

unde cu R_{40} se notează valoarea rezistenței R_4 cînd puntea este echilibrată (rezistențele R_1, R_2, R_3 sînt rezistențe fixe)

Pentru $\sigma \rightarrow 0$ tensiunea U_{I2} poate fi aproximată cu expresia lui U_d

$$U_d = S \cdot E_g \cdot \sigma$$

Sensibilitatea S a punții este:

$$S = \frac{\Delta U_d}{\Delta R_4} = \frac{E_g}{(1+A)^2} \cdot \frac{A}{R_4} \quad (6)$$

Din această relație se obține că $S(A) = S(1/A)$, de aceea nu contează cum se alege A (R_1/R_2 sau R_2/R_1) atîta vreme cît sînt 2 rezistențe care mărginesc voltmetrul.

Dependența sensibilității S în funcție de A este prezentată în figura 4. Se observă că pentru $A = \alpha$, $S(\alpha) = S(\alpha^{-1})$.

Desfășurarea lucrării

1. Măsurarea rezistențelor folosind LCR-metrul

LCR-metrul este un aparat care permite măsurarea automată, la alegere, a doi parametri ai unei impedanțe (selectabili din butonul **MODE**).

Se inițializează LCR-metrul folosind **MENU** → **SETUP** → **RECALL CALIBRATION** → **YES(1)** → **EXIT**

Se măsoară trei rezistențe diferite existente la masă cu ajutorul LCR metrului, folosind următoarele setări: **SPEED** → **MEDI**, **DISPLAY** → **VALUE**, **MODE** → **R/Q**, **CIRCUIT** → **SERIES**. Aceste setări se pot schimba prin apăsarea butoanelor aflate în dreapta ecranului. Frecvența de lucru este implicit 1kHz (se verifică pe afișaj; dacă nu, se apasă tasta **FREQ** (aceeași cu tasta „-“), se introduce valoarea dorită și apoi se apasă tasta **ENTER**). Se determină erorile absolute, ΔR , și relative, ϵ_R , ale valorii măsurate de aparat R, față de valoarea nominală R_{nom} (cea notată pe rezistența măsurată, fie în clar, fie în codul culorilor).

$$\Delta R = R - R_{nom}, \epsilon_R = \Delta R / R_{nom}$$

Observație: în cazul în care toleranța măsurată depășește cea marcată, sau în general dacă se suspectează că sondele LCR-metrului nu sînt în regulă, se conectează împreună cleștii LCR-metrului și se verifică că valoarea rezistenței este cât mai aproape de 0. Dacă observați că măcar 1 din cele 4 șuruburi care conectează cele 4 fire la cei 2 crocodili este slăbit, anunțați defecțiunea.

2. Măsurarea rezistenței unui fir

Se vor folosi și compara conexiunea bipolară și cea cuadripolară pentru a măsura o rezistență de valoare foarte mică (rezistența unui fir, care este mult sub un ohm).

a) Se conectează un fir disponibil la masă la sondele de măsură ale LCR-metrului. Se observă că adaptorul conectat la LCR-metru folosește 4 borne, măsurarea fiind cuadripolară, fiecare din cei doi „clești” conectînd 2 borne la cîte un terminal al impedanței necunoscute, ca în figura 2a.

Se notează valoarea indicată pentru rezistența firului, R_{cuadri} .

b) Se măsoară rezistența mică (aceleși fir) la ohmetrul multimetrului numeric (butonul Ω), care are conexiune bipolară (2 terminale); se conectează capetele firului care se dorește a fi măsurat la cei 2 crocodili ai ohmetrului. Se notează valoarea indicată, $R_{bipolar}$. Se calculează eroarea relativă la măsurarea bipolară față de cea cuadripolară. De ce obține o diferență așa mare (poate fi peste 100%) între cele două valori măsurate (la punctele **a** și **b**)?

c) Se scoate firul măsurat și se conectează cei doi crocodili ai ohmetrului direct între ei. Se notează valoarea indicată, $R_{fire_legătură}$. Această valoare reprezintă eroarea sistematică absolută făcută la măsurarea firului.

d) Se determină valoarea rezistenței firului măsurat prin *corecția erorii sistematice*, $R_{fir\ bipolar\ corectat}$ astfel: se scade valoarea rezistenței cablurilor cu crocodili de la **c** din valoarea măsurată la punctul **b**. Se determină eroarea relativă a acestei valori față de valoarea determinată la punctul **a**.

Cum e această eroare relativă față de cea de la **b**? de ce?

De ce la punctul **a** (măsurare 4T) nu a mai fost necesară corecția erorii sistematice adică determinarea rezistenței sondelor (firelor de legătură)?

3. Măsurarea unor condensatoare și bobine

a) măsurarea capacităților

Se măsoară două capacități (de tipuri și valori diferite) existente la masă.

- un condensator stiroflex (polistiren) de 100 ... 400pF
- un condensator ceramic multistrat de 1nF... 100nF

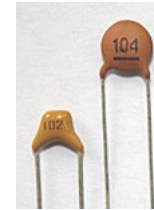


Fig. 5 condensatoare ceramice



condensator stiroflex

Pentru aceasta se trece în modul **MODE** → **C/D**, model serie (**CIRCUIT** → **SERIES**) și se notează valorile C_s și D. Se selectează apoi modelul paralel (**CIRCUIT** → **PARALL**) și se notează valoarea C_p . Valoarea lui D este aceeași. Se

calculează $Q = \frac{1}{D}$. Ce tip de condensator are cel mai mare Q? Cum sînt valorile C_s și C_p ? De ce?

Se determină rezistența parazită a condensatoarelor: se trece în modul de afișare **MODE** → **C/R** și se determină valoarea rezistenței parazite pentru modelul serie (R_s). Pe baza relațiilor de legătură și a Q calculat, se calculează rezistența paralel R_p . Care dintre ele e mai mare?

b) măsurarea inductanțelor

Se măsoară inductanța existentă la masă. Se trece în modul **MODE** → **L/Q** și se măsoară pentru inductanță modelul serie (L_s și Q), (**CIRCUIT** → **SERIES**), și modelul paralel (L_p și Q), (**CIRCUIT** → **PARALL**). Se calculează valoarea factorului de calitate Q_{calc} din relația de legătură (1) între L_s și L_p .

Se măsoară valoarea rezistenței pentru modelul serie R_s . Ce semnificație fizică are R_s la bobină?

Comparați valoarea Q la bobină față de cele de la condensator!

4. Măsurarea unui grup RC

a) Se măsoară **separat** o rezistență R de aproximativ 10 k Ω pe modul C/R, și condensatorul de valoare **cea mai mică** disponibilă la masă (sute de pF) pe modul C/D (C_s , D).

Apoi, pe placa de test, se realizează un grup RC serie: se conectează în serie R cu C, legînd cei 2 clești ai LCR-metrului direct la terminalele extreme ale grupului (nu este indicat să folosiți fire adiționale).

Se procedează ca la punctul 3, la măsurarea condensatoarelor, doar că acum se măsoară un grup, nu un condensator singur. Frecvențele de lucru vor fi de 1kHz și 100kHz. Se măsoară elementele modelului serie (C_s , D) și ale modelului paralel (C_p , D). Se determină indirect $Q=1/D$. Se calculează Q_{calc} al grupului din relația (1) de trecere de la modelul serie la modelul paralel.

Se determină rezistența grupului RC: se trece în modul de afișare **MODE** -> **C/R** și se determină valoarea rezistenței pentru modelul serie (R_s) respectiv modelul paralel (R_p).

Se calculează reactanța condensatorului singur $X_C = 1/\omega C_s$ la frecv. de lucru.

b) se repetă cu aceleași componente R,C pentru un grup RC paralel.

c) se interpretează rezultatele:

- ce se întîmplă cu Q al grupului față de Q al condensatorului singur? în ce caz (S/P) se modifică mai mult și de ce?
- am măsurat un grup *real* S sau P (realizat fizic prin înserierea, respectiv punerea în paralel a unui R și unui C) pe modurile *echivalente* S/P (*model matematic* S/P). În care caz valorile măsurate pentru C sînt mai aproape de C real (singur), atunci cînd modul real e la fel cu cel echivalent sau atunci cînd sînt diferite?
- la cele 2 frecvențe de măsură, în care caz valorile măsurate pentru C diferă mai mult față de C real (singur)? Observați că într-un caz (circuit S sau P) erorile sînt mai mari la frecvențe mari, și în celălalt caz la frecvențe mici. Explicați de ce (*indicație*: comparați valoarea R real cu X_C și gîndiți-vă ce înseamnă punerea în serie, respectiv paralel a unor valori ale rezistenței/reactanței f. diferite).

5. Măsurarea rezistențelor cu ajutorul punții de curent continuu

a) echilibrarea punții

Se realizează pe placa de test o punte de curent continuu. Valorile nominale pentru R_1 , R_2 , R_3 sînt respectiv [1..5] k Ω (depinde de masă), 10k Ω și 10k Ω . Rezistența R_4 este o rezistență variabilă (numită și *trimer* sau potențiomtru semireglabil) cu valoare nominală între 1 și 5 k Ω (dep. de masă). Trei exemple de trimere, precum și schema echivalentă, sînt date în fig. 7. Rezistențele măsurate între cele 3 terminale ale unui trimer, respectă regula:

$$R_{12} + R_{23} = R_{13} = ct.$$

unde valoarea R_{13} este valoarea nominală a trimerului (fixă, indiferent de reglaj). Terminalul central 2 se numește *cursor* și poziția sa depinde de șurubul de reglaj. Deci, pentru un trimer de 1K Ω , în funcție de poziția cursorului, putem avea de exemplu:

$$R_{12} = 100\Omega, R_{23}=900\Omega, R_{13}= 1K\Omega$$

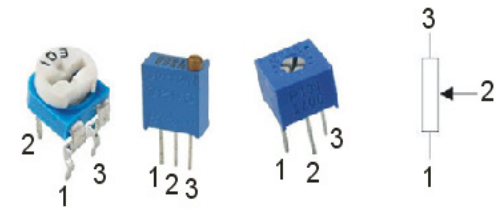


Fig. 7 rezistență semireglabilă; $R_{12} + R_{23} = R_{13}$

Se observă deci că, dacă se conectează doar terminalele 1-2 sau 2-3 în circuit, în funcție de reglaj vom avea o rezistență între 0 și R_{13} . În nici un caz nu se vor conecta terminalele 1 și 3, căci valoarea va fi fixă și nu vom mai putea efectua reglajul! Se mai observă că putem conecta terminalul liber la cursor, ca în fig. 3, sau îl putem lăsa neconectat, rezultatul fiind același – oricum ar fi, d.p.d.v. echivalent trebuie ca trimerul să aibă *două* terminale în circuitul punții.

În figura 8 este reprezentată o variantă posibilă de realizare a punții din figura 3 pe placa de test. Se folosesc fire pentru conectarea voltmetrului de c.c., care măsoară $U_d = U_{12} =$ tensiunea de dezechilibru, și a sursei de curent continuu, reglată la valoarea 3V.

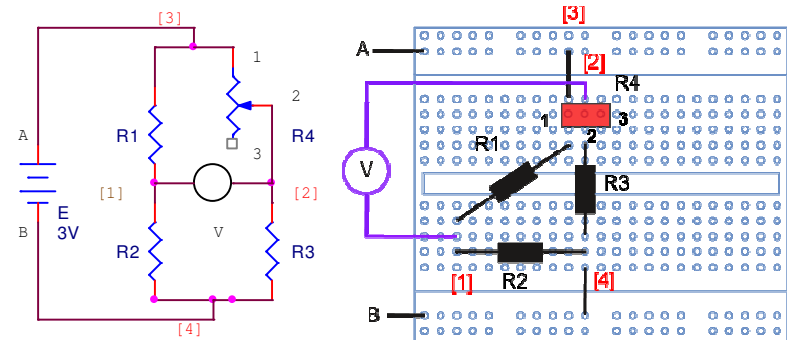


Fig. 8 Exemplu de realizare a punții Wheatstone

- Se măsoară cele 3 rezistențe (înainte de a le conecta în circuit). Se desenează schema punții realizate, notînd pe schemă rezistențele alese și valorile lor măsurate (nu cele *nominale*) și notînd capetele celor 2 diagonale ([1]-[2] și [3]-[4]).

Observație importantă: Dacă nu scrieți valoarea măsurată deasupra fiecărei rezistențe (identificîndu-le cu pozițiile lor pe placă), nu veți mai putea distinge cele 2 rezistențe de 10k între ele, după ce le-ați deconectat de la LCR-metru !

- Se reglează sursa de tensiune continuă la valoarea $E=3V$ (din comutatorul sursei). Se măsoară cu voltmetrul de c.c. valoarea exactă a tensiunii de alimentare E . *Observație:* pt. această aplicație, nu contează polaritatea tensiunii de alimentare.

- Se conectează sursa și voltmetrul de c.c. ca în schemă, apoi se aduce puntea la echilibru prin reglarea potențiometrului pînă cînd indicația voltmetrului va fi $U_d=0$ (sau valoarea cea mai mică în modul ce se poate obține practic).

Observație: prin reglarea trimerului la cele 2 valori extreme, trebuie ca tensiunea măsurată să treacă prin valori atît pozitive, cît și negative, obținîndu-se 0 la echilibru. Dacă, oricît ar fi reglat trimerul, tensiunea nu își schimbă semnul, înseamnă că puntea nu poate fi echilibrată (nu a fost realizată corect, valorile rezistențelor nu permit obținerea egalității din (4) indiferent de valoarea trimerului).

- Se măsoară cu ohmetrul (setat pe modul de măsură Ω) valoarea la care s-a reglat potențiometrul, astfel:

- se desfac conexiunile potențiometrului la circuit, fără a-l scoate fizic de pe placă (de exemplu se scoate temporar R_3 de pe placă; este suficient să se elimine conexiunile la un singur pin dintre cei 2 pini folosiți ai potențiometrului). Dacă nu se face acest pas, se va măsura o valoare eronată, în paralel pe R_4 avînd grupul serie format din R_1, R_2, R_3 . În plus, sursa de c.c. nu trebuie să aplice tensiune asupra unei rezistențe în momentul măsurării acesteia!
- se măsoară cu ohmetrul valoarea de echilibru, R_{40} măsurat, folosind 2 fire înfipite în placa de test, în rînduri de găuri care să corespundă celor 2 din 3 terminale ale potențiometrului care au fost folosite (pe fig. 8 s-au folosit terminalele 1 și 2), și conectîndu-le celălalt capăt la crocodilii ohmetrului.

- Se compară valoarea R_{40} măsurat măsurată pentru potențiometru (la echilibru) cu valoarea de echilibru R_{40} calc calculată cu relația de echilibru a punții (4) pe baza valorilor măsurate ale rezistențelor 1,2,3. Se calculează eroarea relativă a valorii măsurate.

Explicați de ce cele 2 valori diferă, deși atît valoarea R_{40} măsurat, cît și R_{40} calc se bazează pe valori ale unor rezistențe măsurate cu același aparat (ohmetrul), deci nu eroarea ohmetrului este cauza. Care sînt sursele acestei erori ?

Observație: voltmetrul are intrare *flotantă* – nici una din bornele de intrare nu e conectată la carcasă; de asemenea, sursa de c.c. are ieșire flotantă. Dacă s-ar folosi atît sursa, cît și voltmetru neflotant (cum este de exemplu milivoltmetrul de c.a. cu intrare pe mufă BNC și a generatorului de c.a. cu ieșire BNC), masele celor 2 aparate, fiind ambele legate la împămîntare, ar fi comune; masa ar apărea în punctele 1 și 4 (sau 2,4) din fig. 3, scurtcircuitînd rezistența R_2 , respectiv R_3 .

b) determinarea configurației pentru care sensibilitatea este maximă

Relația (4) este aceeași indiferent de diagonalele în care se conectează voltmetrul și sursa. Se urmărește determinarea experimentală a diagonalei care asigură sensibilitate (6) maximă. Reamintim că un aparat este mai sensibil decît altul atunci cînd ieșirea este mai mare, la aceeași intrare.

Pentru configurația deja realizată pe placă, se reconectează potențiometrul și se variază ușor pînă cînd voltmetrul indică $U_{d1}=20mV$. Se observă că, cf. fig. 8, voltmetrul este conectat în diagonala [1]-[2] și sursa în [3]-[4]. Se inversează apoi voltmetrul cu sursa de semnal (prin mutarea firelor voltmetrului pe diagonala 3-4 și a sursei pe diagonala 1-2) și, fără a mai modifica valoarea potențiometrului, se citește

indicația voltmetrului U_{d2} , care va fi diferită de U_{d1} – mai mare sau mai mică. Care configurație este mai sensibilă? Justificați !

Se calculează raportul punții A (relația (5)) și sensibilitatea S (relația (6)) pentru cele două situații, A_{1-2} , S_{1-2} , A_{3-4} , S_{3-4} , pe baza valorilor măsurate a celor 4 rezistențe. În care caz sensibilitatea calculată e mai mare? Pentru ce valoare A sensibilitatea este maximă? Se compară cu determinările experimentale.

Întrebări pregătitoare

1. Pentru o bobină se măsoară $L_p=400mH$ și $Q=50$, la frecvența $f=1kHz$. Să se determine rezistența R_p și valoarea bobinei pentru modelul serie, L_s .
2. Să se calculeze factorul de calitate pentru un grup RC serie avînd $C_s=10nF$ și $R_s=50\Omega$, la frecvența $1kHz$.
3. Să se calculeze factorul de calitate pentru un grup RC paralel avînd $C_p=10nF$ și $R_p=1M\Omega$, la frecvența $1kHz$.
4. Pentru o bobină se măsoară $L_s=10mH$ și $Q=10$, la frecvența $f=1kHz$. Să se determine rezistența R_s și valoarea bobinei pentru modelul paralel, L_p .
5. Pentru un condensator se măsoară $C_s=200nF$ și $Q=1000$, la frecvența $f=10kHz$. Să se determine rezistența R_s și tangenta unghiului de pierderi, $D=tg\delta$.
6. Se măsoară o rezistență folosind conexiunea bipolară (doar două terminale). Valoarea rezistenței este $R=50\Omega$. Rezistența cablurilor este de $0,5\Omega$. Să se determine eroarea sistematică făcută la măsurarea rezistenței.
7. Pentru puntea din figura 10 să se calculeze rezistența R_x la echilibru și sensibilitatea S a punții.

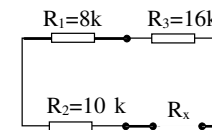


Figura 9

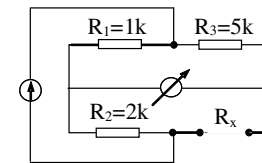


Figura 10

8. Pentru o impedanță inductivă se măsoară $L_p=202mH$ și $L_s=200mH$. Să se determine factorul de calitate al impedanței.
9. Să se arate că S are aceeași valoare, indiferent de modul în care este definit raportul punții $A = \frac{R_1}{R_2}$ sau $A = \frac{R_2}{R_1}$
10. Pentru o punte Wheatstone, tensiunea de dezechilibru are valorile $U_{d1} = 11mV$ pentru $R_{4,1} = 1,011k\Omega$ $U_{d2} = -11mV$ pentru $R_{4,2} = 0,989k\Omega$ Să se determine valoarea rezistenței R_{40} pentru a aduce puntea la echilibru.
11. Să se stabilească diagonala în care trebuie conectat voltmetrul pentru maximizarea sensibilității punții din figura 9. Cît este raportul A al punții și sensibilitatea în acest caz ?