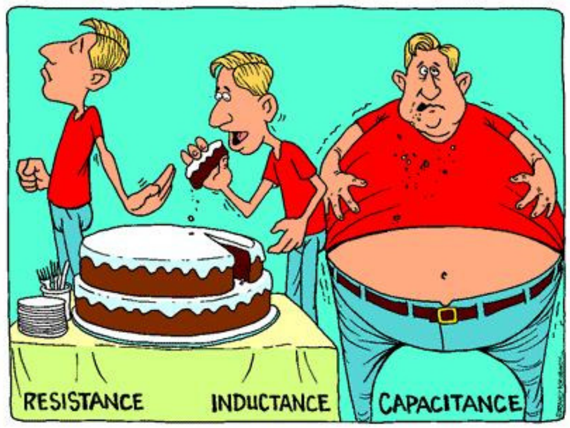
Măsurarea impedanţelor



1

Reprezentări

- forma carteziană: $Z = R + \mathrm{j}X$
- forma polară: $Z = |Z| e^{\mathrm{j}\varphi_Z}$

  unde:

  $$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

  $$\varphi_Z = \mathrm{arctg}\frac{X}{R}$$

- caracteristici ale impedanţelor:
  - **natura**, dată de semnul componentei imaginare:

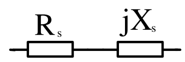
    X > 0 natură **inductivă**, X < 0 natură **capacitivă**, X = 0 natură **rezistivă**
  - **modelul**: **serie** sau **paralel**

2

Modele

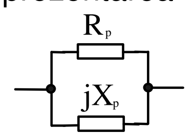
- Modelul **serie**: se preferă reprezentarea Z:

$$Z = R + \mathrm{j}X$$



- Modelul **paralel**: se preferă reprezentarea Y:

$$Y = \frac{1}{Z} = G + \mathrm{j}B = |Y| e^{\mathrm{j}\varphi_Y}$$



3

Conversii între modele

- Ambele modele (serie sau paralel) “modelează” corect impedanţa

  → valoarea Z este aceeaşi:

$$\frac{1}{R_\mathrm{p}} + \frac{1}{\mathrm{j}X_\mathrm{p}} = \frac{1}{R_\mathrm{s} + \mathrm{j}X_\mathrm{s}} \qquad \frac{1}{R_\mathrm{p}} - \mathrm{j}\frac{1}{X_\mathrm{p}} = \frac{R_\mathrm{s} - \mathrm{j}X_\mathrm{s}}{R_\mathrm{s}^2 + X_\mathrm{s}^2}$$

- relaţii de echivalenţă:

$$R_\mathrm{p} = \frac{R_\mathrm{s}^2 + X_\mathrm{s}^2}{R_\mathrm{s}} \qquad X_\mathrm{p} = \frac{R_\mathrm{s}^2 + X_\mathrm{s}^2}{X_\mathrm{s}}$$

- **Concluzie**: cunoscînd elementele unui model (s/p) se pot determina elementele celuilalt model (p/s)

4

Factorul de calitate

- Pe baza puterilor activă/reactivă disipate în impedanţă:

$$Q = \frac{|P_{\mathrm{r}}|}{P_{\mathrm{a}}}$$

- Q mare: efect predominant reactiv (inductiv/capacitiv)
- Q mic: efect predominant rezistiv (pierderi mari)
- Reciproc: factorul de pierderi:

$$D = \frac{1}{Q}$$

- sau: unghiul de pierderi:

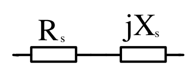
$$\delta = \mathrm{arctg}\,\frac{1}{Q} = \mathrm{arctg}\,D$$

5

Factorul de calitate (cont'd)

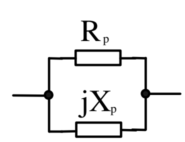
- Modelul serie: I prin R_s şi X_s este acelaşi:

$$\left.\begin{aligned} |P_{\mathrm{r}}| &= \frac{1}{2}|X_{\mathrm{s}}|I^2 \\ P_{\mathrm{a}} &= \frac{1}{2}R_{\mathrm{s}}I^2 \end{aligned}\right\} \quad \boxed{Q_{\mathrm{s}} = \frac{|X_{\mathrm{s}}|}{R_{\mathrm{s}}}}$$



- Modelul paralel: U la bornele R_p şi X_p este aceeaşi:

$$\left.\begin{aligned} |P_{\mathrm{r}}| &= \frac{1}{2}\frac{U^2}{|X_{\mathrm{p}}|} \\ P_{\mathrm{a}} &= \frac{1}{2}\frac{U^2}{R_{\mathrm{p}}} \end{aligned}\right\} \quad \boxed{Q_{\mathrm{p}} = \frac{R_{\mathrm{p}}}{|X_{\mathrm{p}}|}}$$



6

Factorul de calitate (cont'd)

- Relaţia $Q_s \leftrightarrow Q_p$?
- Rescriem relaţiile de echivalenţă:

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} \qquad X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s}$$

- Obs: $R_p/X_p = X_s/R_s$
  $\rightarrow Q_p = Q_s$

- Q: rezultat aşteptat ?
- Hint: este vorba de 2 modele *matematice (echivalente)* diferite ale **aceleiaşi** componente, al cărui model *fizic* poate fi necunoscut !
- Q este o mărime cu semnificaţie fizică (vezi. def)
- $Q_s = Q_p = Q$

7

Conversii între modele (revisited)

- relaţiile de echivalenţă:

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} \qquad X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s}$$

- pe baza def. Q:

$$\begin{cases} R_p = R_s\left(1+Q^2\right) \\ X_p = X_s\left(1+\dfrac{1}{Q^2}\right) \end{cases}$$

8

Conversii – cazuri particulare

- pt. Q mare (suficient $Q > 10$ → $1/Q^2 \approx 0$)

$$\begin{cases} R_p \cong R_s Q^2 \\ X_p \cong X_s \end{cases}$$

→ se conservă **reactanţa** între modele (C_p sau L_p)

- pt Q mic:

$$\begin{cases} R_p \cong R_s \\ X_p \cong \dfrac{X_s}{Q^2} \end{cases}$$

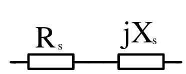
→ se conservă **rezistenţa** între modele

9

Modele (revisited)

- Modelul s/p poate fi **fizic** sau **echivalent**
- Modelul **fizic**: valorile R, X corespund unor mărimi fizice reale

  Ex: bobină reală = bobină ideală + rezistenţa sîrmei



  X_s corespunde ωL, R_s corespunde rez. sîrmei

$$Z = R_s + j\omega L$$

- Avantaj folosire model fizic:

  valorile numerice corespund valorilor aşteptate

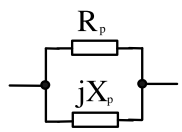
  Ex: R_s= rezistenţa sîrmei = rezistenţă **mică**

10

Modele (cont’d)

- Modelul **echivalent**: nu corespunde unor mărimi fizice reale

  Ex. Bobină reală modelată prin:



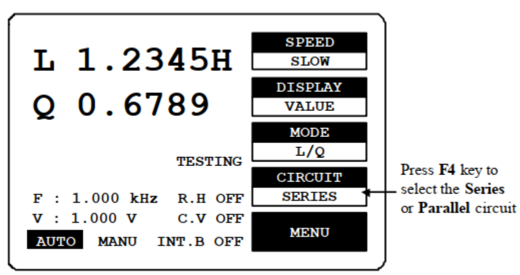
$$1/Z = 1/R_p - j/\omega L$$

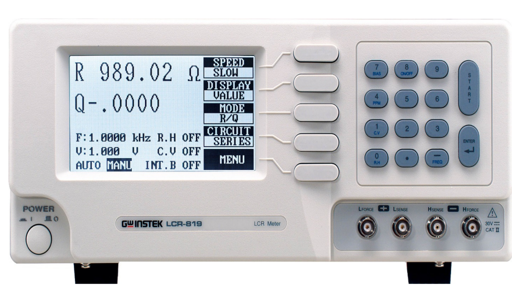
- Q: De ce se foloseşte ?
- A:
  - structura fizică nu e întotdeauna cunoscută (“cutie neagră”)
  - modelul echivalent “modelează” la fel de bine componenta fizică
- Dezavantaj: valorile numerice nu corespund valorilor fizice aşteptate (dacă acestea se cunosc)

11

Modele (cont’d)

- Puntea automată de măsură din laborator, numită și LCR-metru, permite măsurarea componentelor după oricare model
- din meniul CIRCUIT se poate selecta modelul SERIE sau PARALEL
- oricare model va da un rezultat corect
- tipul componentei se alege din meniul MODE. Poate fi L/Q, C/D sau R/Q. Deci nu se poate afișa direct C și Q, dar se poate afișa D și se va calcula manual Q=1/D
- atenție că dacă alegeți L cînd măsurați un C sau invers, veți primi valori negative !

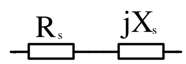


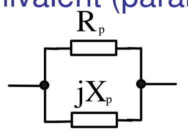


12

Modele (cont'd)

- Ex: folosirea modelului echivalent (paralel) la bobină:





Ex: R_s=1Ω L_s=1mH Q=10

calc. $R_p = R_s(1 + Q^2)$: R_p=1+100 = 101 Ω

- R_s (fizic) mic (1Ω) – rezistenţa sîrmei
- Q mare → R_p (echivalent) mare → nu corespunde cu realitatea (nu există o rez. fizică de 101 Ω)
- realitatea = măsurarea rezistenţei bobinei la ohmetru

Observaţii:

- modelul e în continuare corect matematic
- unele impedanţe (combinaţii multiple serie-paralel) nu corespund unui anumit model fizic simplu s sau p → oricare model e la fel de bun

13

Impedanţe parazite

- apar pe lîngă impedanţa "reală" necunoscută
- nu sînt constante – depind de forma, poziţia şi modul de conectare al impedanţei în circuit
- ex: apropierea mîinii operatorului, strîngerea unor borne cu şurub etc.

Clasificare:

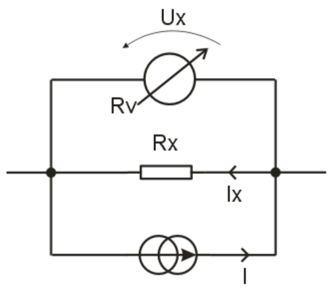
- impedanţe parazite mici:
  - model: serie cu impedanţa necunoscută
  - uzual: rezistenţe de contact, rezistenţele terminalelor, rezistenţele cablurilor de măsura
- impedanţe parazite mari:
  - model: paralel
  - uzual: rezistenţe de izolaţie, de scurgere, de pierderi, capacităţi parazite

14

Măsurarea impedanţelor mici

- Z_x / R_x mici:
- impedanţele parazite mici (serie) nu sînt neglijabile
- putem neglija impedanţele parazite mari (paralel)

- Aplicaţie: măsurarea indirectă a R prin injectare de curent



- I_x = I căci $R_v \rightarrow \infty$
- $R_x = U_x / I_x$

15

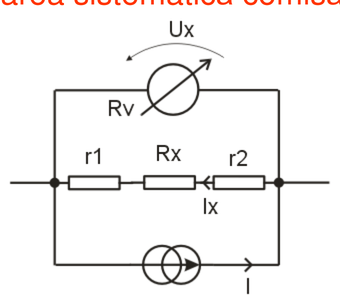
Măsurarea impedanţelor mici (cont'd)

- R_x mică
- r_1, r_2 rezistenţele terminalelor + contactelor

CONEXIUNE BIPLOARĂ (2T)

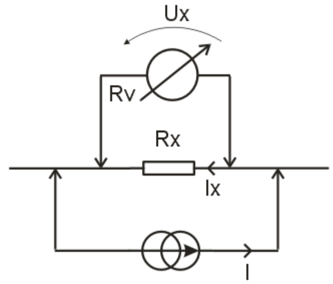
- doar două borne de conectare la R_x → nu se pot separa
  → $U_x = I_x(r_1+R_x+r_2)$ → $R_{x,măs} = r_1+R_x+r_2$

Q: Să se calculeze eroarea sistematică comisă la această măsurătoare



16

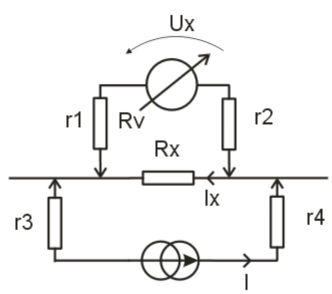
Conexiunea cuadripolară (4T)



- Idee: separarea bornelor de curent (2) şi tensiune (2)
- 2+2 =4 fire **separate** către R_x
- **Regulă**: punem în evidenţă rezistenţa de contact/rezistenţa terminalului în serie cu **fiecare** bornă care ne conectează la R_x (include toate impedanţele parazite serie din acel punct)
- Contacte ascuţite: contacte "cuţit" (Kelvin)
- Redesenaţi schema cu cele 4 rezistenţe !

17

Conexiunea cuadripolară (4T) (cont'd)



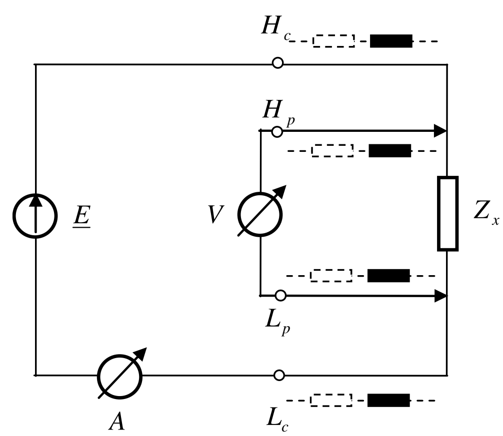
- Idee: punerea r_i **în serie** cu alte impedanţe **mari** a.î. să devină neglijabile
- $r_{1,2} \ll R_V$ $\quad$ $r_{1,2}$ serie R_V
- $r_{3,4} \ll R_{\text{sursă curent}}$ $\quad$ $r_{3,4}$ serie $R_{\text{sursă curent}}$
- căderea de tensiune pe $r_{3,4}$ există dar nu intervine

$\rightarrow U_x = R_x I_x$ $\quad$ eroare sistematică: 0

18

Aplicaţie: punte de măsură 4T

- vezi puntea din laborator
- în c.a. → LCR-metru (măs. Z_x)
- 4 borne:
  - Hc = High Current
  - Hp = High Potential (Voltage)
  - Lp = Low Potential (Voltage)
  - Lc = Low Current
- Hc, Lc injectează curent în Z_x
- Hp, Lp măsoară tensiunea pe Z_x
- Schema: va fi în curs IEM an 3
- în c.c. elimină ef. r_{serie} fire măsură, contacte
- în c.a. elimină şi ef. ***inductanţei*** firelor de măsură



19

Impedanţe parazite

Cîteva observații cu aspect practic, inginerеsc

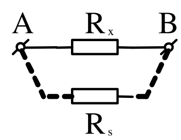
- am spus că pt o componentă nu contează dpdv al corectitudinii matematice dacă alegem modelul s sau p
- **dar** contează dpdv al corespondenței fizice → dc. alegem modelul greșit obținem, ca în exemplul anterior, rezistență mare în cazul sîrmei ceea ce nu are sens fizic.
- De aceea, în cazul modelării impedanțelor parazite este **important** să se aleagă modelul corect, pt că tb. să aibă semnificație fizică !
- dacă alegeți incorect, o sa obțineți, de exemplu, rezistența de contact de KiloOhmi în loc de << 1 ohm ceea ce nu are nici un sens și ar fi greșit!
- eliminarea **efectului** acestor impedanțe parazite se face, foarte important, ținînd seama de dimensiunea lor (mari sau mici) !

20

Măsurarea impedanţelor mari

- Z_x / R_x mari:
- impedanţele parazite mari (paralel) nu se pot neglija
- se pot neglija impedanţele parazite mici (serie)

- R_S || R_x între bornele A,B
- R_S = zeci...sute MΩ ... G Ω

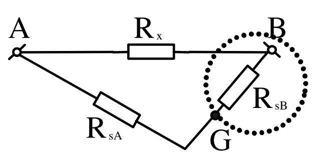


- Q: să se calculeze eroarea sistematică la măsurarea R_x

21

Măsurarea impedanţelor mari (cont’d)

- Soluţie: **inel de gardă** în jurul unei borne
- Efect: R_s divizat în R_{sA}+R_{sB}
- pînă aici nimic nou; R_{sA}+R_{sB} în continuare || R_x



- 3 borne (A,B,G) → configuraţie **tripolară** (3T)

22

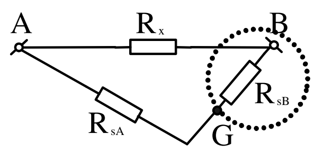
Conexiunea tripolară (3T)

- *memento:* idee 4T:

"punerea $r_{contact}$ **în serie** cu alte impedanţe **mari** a.î. să devină neglijabile"

- idee 3T:

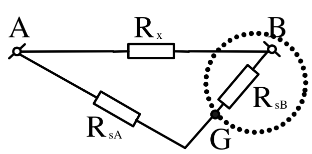
punerea $R_{sA,B}$ **în paralel** cu alte impedanţe **mici** a.î. să devină neglijabile



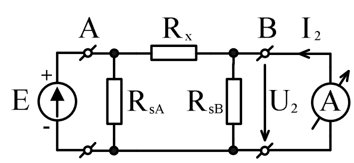
23

Conexiunea tripolară (3T) (cont'd)

- Aplicaţie: măsurarea R_x (mari)
- Borna G se leagă la **masă**



↔



- $R_x << R_{sA,B} \rightarrow$ $I_{A,B} << I_x$ $\rightarrow I_2 \approx I_x$
- $U_2 \approx 0$ ($R_{ampermetru} \approx 0$) $\rightarrow E=U_x+U_2 \approx U_x$
- $R_x= -U_1/I_2 = -E/I_2$

- $R_{sA} \,||\, R_{sursă\ tensiune}$ dar $R_{sA} >> R_{sursă\ tensiune}$
- $R_{sB} \,||\, R_{ampermetru}$ dar $R_{sB} >> R_{ampermetru}$

  → efect $R_{sA,B}$ neglijabil prin punerea în || pe impedanţe **mici**

24

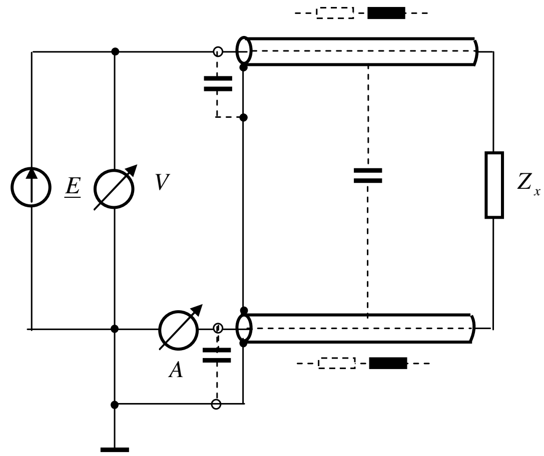
Aplicaţie: punte de măsură 3T

- Q: se văd 2 borne, unde e a 3-a ?
- A: ecranul cablului coaxial !

- R_S în c.a. : Z_s= capacitatea parazită C_p (de val. mică → impedanţă mare)

- obs. C_p || 2 puncte de potenţial egal (2 borne de masă) → efect eliminat
- fără ecran → C_p || Z_x → nu mai e neglijabil la Z_x mari

- Extindere: 4+3 = 5 ???
- 4T+3T = 5T (pentapolar)
- 4 cabluri ecranate, ecrane comune = 5 borne !



25

Măsurarea impedanţelor prin metoda punţii echilibrate
(balanced bridge)

Rezumat:

A. în c.c. → puntea Wheatstone

B. în c.a. :

→ 8 tipuri de punţi bazate pe puntea Wheatstone

→ punţi cu transformator

C. punţi active

26

De ce punţi ?

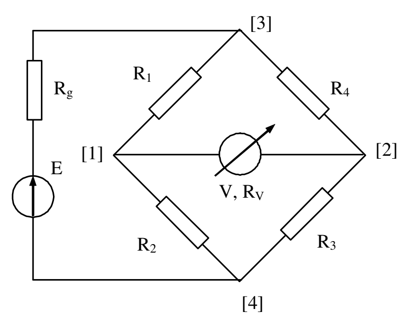
- puntea – cea mai sensibilă metodă de măsură
- egalitatea R_x=R_e (sau Z_x=Z_e) se determină la echilibrul punţii
- rezoluţia = abilitatea de a detecta tensiuni de dezechilibru oricît de mici
- aplicaţii:
  - punţi de măsură pentru R,L,C cu echilibrare manuală şi automată
  - senzori şi traductoare

27

A. Puntea Wheatstone de c.c.

$R_g \rightarrow 0$

$R_V \rightarrow \infty$



- Principiul punţii **echilibrate**: $U_{12} = U_d = 0$ (d=**dezechilibru**)
- Voltmetrul: indicator de nul;
- *remember* galvanometrul magnetoelectric cu 0 la mijloc?
- Relaţia de echilibru: U_1=U_2

$$\rightarrow \mathbf{R_1R_3 = R_2R_4}$$

- Demonstraţie !

28

Puntea Wheatstone (cont'd)

$$\boxed{\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}}$$

- notăm $R_4=R_{4x}=R_x$
- putem nota şi:

$R_3 = R_e$

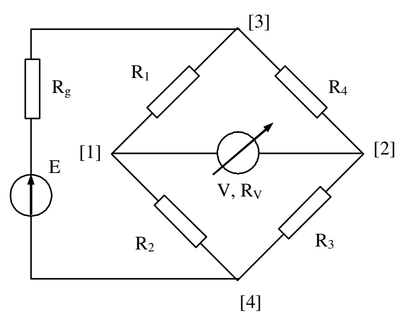
$$\frac{R_1}{R_2} = 10^{\pm n}$$

$$\rightarrow \quad R_x = 10^{\pm n} R_e$$

- $10^{+/-n}$ reglaj **decadic** → schimbă **scara** de măsură
- R_e reglaj **continuu** → **valoarea** în cadrul scării

29

Puntea Wheatstone (cont'd)



- Q: putem schimba poziţia voltmetrului cu a sursei ?
- A: da şi nu !!!

- **da**: d.p.d.v. al relaţiei de echilibru $R_1R_3=R_2R_4$
- **nu**: d.p.d.v. al sensibilităţii

- memento: sensibilitatea S = ?

30

Sensibilitatea punţii Wheatstone

- Sensibilitatea S = Δieşire / Δintrare
- la noi: $S = \dfrac{\Delta U_{\mathrm{d}} / E}{\Delta R_4 / R_4}$
- se obţine $\boxed{S = \dfrac{A}{(1+A)^2}}$

(cu notaţia R_3/R_4=A)

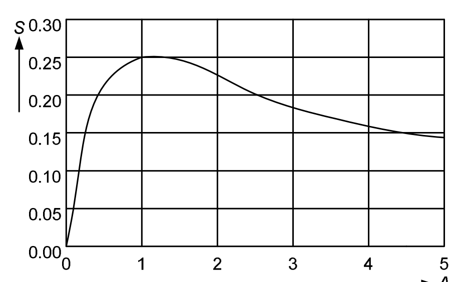
Demonstraţie!

31

Sensibilitatea punţii Wheatstone (cont'd)

$$\boxed{S = \frac{A}{(1+A)^2}}$$

- dorim S=max; S=f(A)
  → dS/dA = 0
- se obţine pentru A = 1 $S_{\max} = \dfrac{1}{4}$
- Demonstraţie !



32

Sensibilitatea punţii Wheatstone (cont'd)

Consecinţe:

1) $A \leftrightarrow 1/A$; puntea nu cunoaşte sensul "gravitaţiei"
   → demonstrăm că S(A)=S(1/A)
   → A = raportul *oricăror* 2 rezistenţe care mărginesc V-metrul!

$A = R_1/R_2 = R_4/R_3$ sau $A = R_2/R_1 = R_3/R_4$ dar nu R_2/R_3 !

2) A=1 → scara decadică cea mai sensibilă este pt. n=+/-1
   → la măsurarea R_x f. mici/mari S scade
   → motiv suplimentar pentru care p. Wheatstone nu e indicată pentru R_x de valori extreme
   Q: ce alte motive ?
   A: conexiune 2T şi nu 3T/4T/5T !!!

33

Sensibilitatea punţii Wheatstone (cont'd)

- Sensibilitatea S_0 **în jurul echilibrului** (la ech.: $R_1R_3=R_2R_{40}$)

$$R_4 = \underbrace{R_{40}} + \Delta R_4 \qquad \Delta R_4 << R_{40}$$

$$U_\mathrm{d} = 0 + \Delta U_\mathrm{d} = \Delta U_\mathrm{d}$$

- S_0 devine: $$S_0 = \frac{\frac{U_\mathrm{d}}{E}}{\frac{\Delta R_4}{R_{40}}} = \frac{A}{(1+A)^2}$$

$$\rightarrow \quad U_\mathrm{d} = E S_0 \frac{\Delta R_4}{R_{40}}$$

notăm $\sigma = \Delta R/R_{40}$ (s.n. *dezechilibrul* punţii)

34

Sensibilitatea punţii Wheatstone (cont'd)

- $\sigma = \Delta R/R_{40}$
- $U_d = S \cdot \sigma \cdot E$

- observăm $\sigma = \Delta R/R_{40}$ similar cu $\varepsilon = \Delta R/R_{adevărat}$
- $\sigma \leftrightarrow$ eroare $\leftrightarrow$ eroare de prag de sensibilitate = ε_{PS}

- Q: ce factor cauzează ε_{PS} ?
- A: $U_d < U_{min}$ (citibil pe afişajul/scara voltmetrului)

înlocuim $\rightarrow$ $\varepsilon_{ps} = \dfrac{U_{min}}{S_0 E}$

35

Puntea Wheatstone (cont'd)

- Aplicaţie 1:

  calculaţi ε_{PS} a unei punţi ştiind că se foloseşte un voltmetru numeric cu U_{CS}=2V (afişaj maxim 1.999V, numit şi afişaj cu **3 ½ cifre**)

  Se mai dau: E=10V, $R_1=R_2$=1K

- Aplicaţie 2:

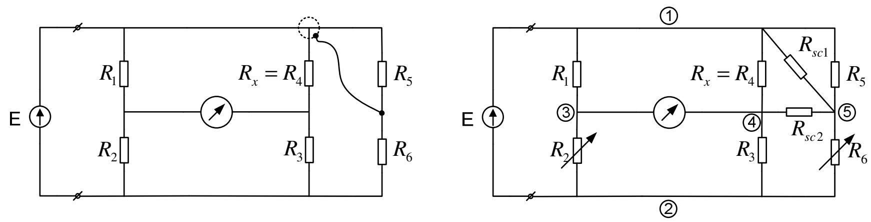
  Calculaţi eroarea relativă limită la măsurarea cu puntea precedentă, dacă toleranţele rezistenţelor sînt $\varepsilon_{1,2}$= 1% şi ε_3=0.1%

  (Hint: aplicaţie a conceptelor de eroare limită şi a formulei de propagare a erorii la măsurătorile indirecte)

36

Puntea Wheatstone (cont'd)

- Aplicaţie 3: puntea Wagner

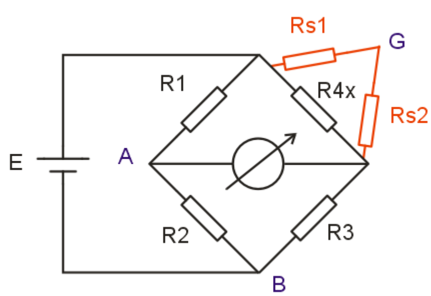


- punte în conexiune 3T
- 2 faze:
  - faza 1: v-metrul între 4-5, echilibrare din R_6

    Q1: la ce este utilă această fază?
  - faza 2: v-metrul între 3-4, echilibrare din R_2 sau R_3 (punte clasică)
- Q2: Să se determine condiţiile de echilibru şi modul de funcţionare
- Q3: redesenaţi schema pentru a funcţiona în c.a.

Puntea Wheatstone (cont'd)

- Aplicaţie 4: puntea Wheatstone în configuraţie 3T



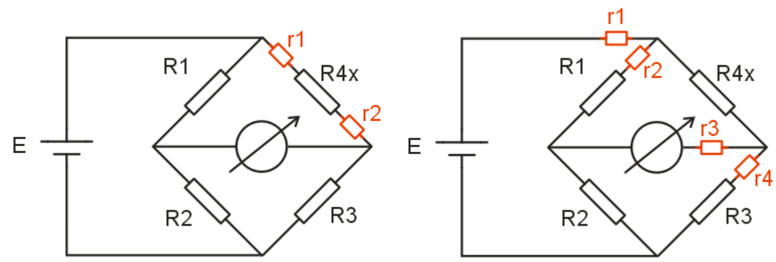
a) să se calculeze eroarea sistematică dacă borna G rămîne în aer

b) să se determine modul optim de conectare al bornei G

Se dau R_1= 100K R_2=10K R_3=1MΩ R_{s1},R_{s2}=100MΩ

Puntea Wheatstone (cont'd)

- Aplicaţie 5: puntea Wheatstone în configuraţie 4T



Conexiune 2T Conexiune 4T

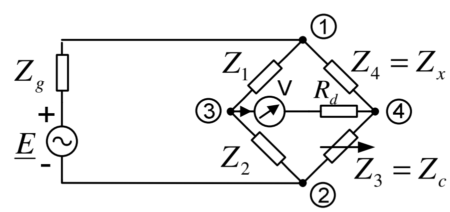
a) să se argumenteze poziţia şi efectul rezistenţelor de contact

b) să se calculeze eroarea sistematică în conexiune 2T

c) să se calculeze eroarea sistematică în conexiune 4T

Se dau: R_1=100 Ω R_2=1K R_3=10Ω $r_1..r_4$= 0.1 Ω

B. Punţi de c.a.



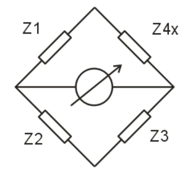
- $Z_1..Z_4$ complexe
- relaţia de echilibru: $Z_1Z_3=Z_2Z_4$
- se traduce în 2 relaţii de echilibru:

$$\begin{cases} |Z_1||Z_3| = |Z_2||Z_4| \\ \varphi_1 + \varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_2 \end{cases}$$

- satisfacere simultană: necesită 2 elemente reglabile (faţă de 1 la c.c.)

Punţi de c.a. (cont'd)

- Z_1 ... Z_4 pot fi oricum (model s/p, natură L/R/C)
- Q: se poate face o punte cu orice combinaţie de $Z_{1..4}$?
- A: trebuie respectate 2 condiţii:



1. condiţia de **convergenţă**

   Definiţie: o punte este convergentă dacă se poate aduce la echilibru (U_d=0)

   Contraexemplu: $Z_{1..3}$=rezistive, Z_4=capacitivă; nu se poate echilibra (componenta imaginară a lui U_d va fi ≠ 0)
2. condiţia de **gradabilitate** a reglajelor

   Definiţie: o punte este gradabilă dacă cele 2 componente necunoscute ale Z_{4x} se pot grada *independent* în funcţie de 2 componente reglabile ale Z_1 ... Z_3

41

Studiul gradabilităţii reglajelor

Cond. echilibru: $Z_1Z_3 = Z_2Z_{4x}$

- Varianta 1: $Z_{4x} = (Z_1/Z_2)Z_3 = R_{12}Z_3$

  s.n. *punte de raport*

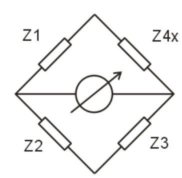
  Z_1, Z_2 s.n. *braţe auxiliare*, Z_3 braţ etalon

  braţele auxiliare sînt *alăturate*
- Varianta 2: $Z_{4x} = (Z_1Z_3)/Z_2 = P_{13}Y_2$

  s.n. *punte de produs*

  Z_1, Z_3 s.n. *braţe auxiliare*, Z_2 braţ etalon

  braţele auxiliare sînt *opuse*



Demonstrăm că, *pentru ca puntea să fie gradabilă:*

- braţul etalon va fi **complex**
- braţele auxiliare sînt fie **pur reale** fie **pur imaginare**

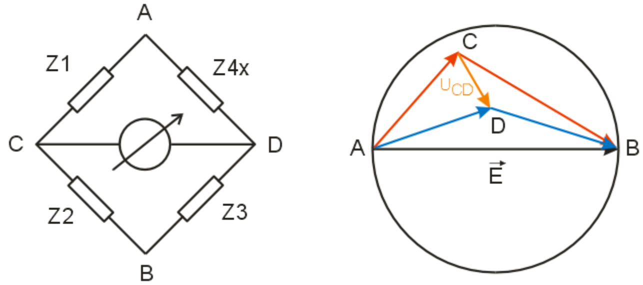
  deci la fel pt. R_{12} sau P_{13} :

  R_{12} sau P_{13} reale: punţi de raport/produs real (*în fază*)

  R_{12} sau P_{13} imaginare: punte de raport/produs imaginar (*în cuadratură*)

42

Studiul convergenţei punţii



- Echilibrare ↔ U_{CD} = 0; mărimi complexe: reprez. vectorială:

$$\vec{U}_{CD} = 0 \qquad \vec{U}_{CD} = \vec{U}_{AD} - \vec{U}_{AC}$$

$$\vec{E} = \vec{U}_{AC} + \vec{U}_{CB} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DB}$$

- scop: deplasarea C, D în planul complex a.î. C≡D ↔ U_{CD}=0
- deplasarea C,D ↔ reglarea celor 2 elem. reglabile
- Q: cum modelăm această deplasare ?
- A: 2 cazuri: în apropierea echilibrului şi departe de echilibru

43

Studiul convergenţei punţii (cont'd)

- CAZ 1: convergenţa în apropierea echilibrului
- notăm *a*,*b* cele 2 elemente reglabile:

$$\frac{U_{CD}}{E} = \frac{Z_3}{Z_3 + Z_4} - \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{Z_1 Z_3 - Z_2 Z_4}{(Z_3 + Z_4)(Z_1 + Z_2)} = \frac{P(a,b)}{Q(a,b)}$$

- Condiţia de echilibru devine: $P(a,b)\ \Big|_{a_0, b_0} = 0$
- În apropierea echilibrului $a \approx a_0$, $b \approx b_0$, $P \approx 0$, $Q \neq 0$
- Variaţia U_{CD}/E la variaţia *a* sau *b* ↔ derivare:

$$\frac{\partial(U_{CD}/E)}{\partial a} = \frac{1}{Q^2}\left(Q\frac{\partial P}{\partial a} - P\frac{\partial Q}{\partial a}\right) \approx \frac{1}{Q}\frac{\partial P}{\partial a} = P_a e^{j\alpha}$$

$$\frac{\partial(U_{CD}/E)}{\partial b} = \frac{1}{Q^2}\left(Q\frac{\partial P}{\partial b} - P\frac{\partial Q}{\partial b}\right) \approx \frac{1}{Q}\frac{\partial P}{\partial b} = P_b e^{j\beta}$$

44

Studiul convergenţei punţii (cont'd)

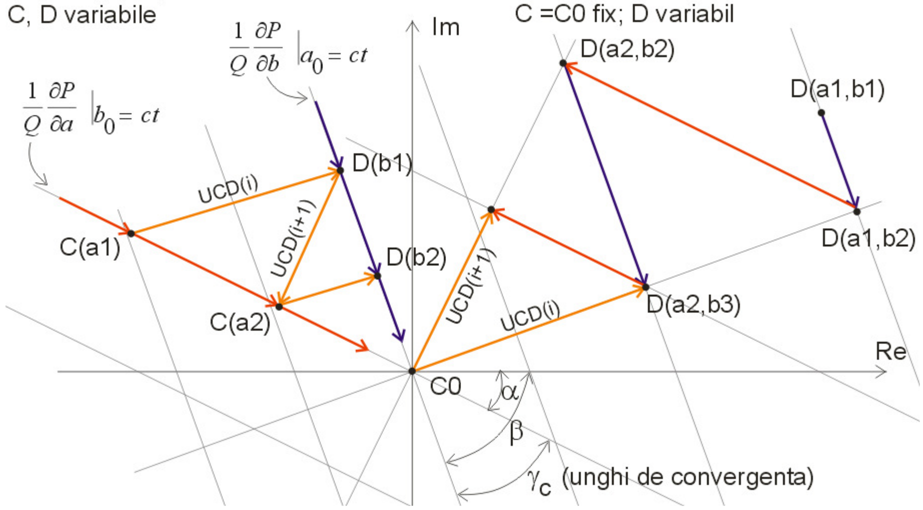
- Unghiul de convergenţă: $\gamma_c = \beta - \alpha$

Reprezentare:

- Planul complex: domeniul de variaţie al U_{CD}
- Originea axelor: a_0, b_0 (echilibru) sau pct. $C_0 \equiv D_0$
- La diferite valori $a = a_0 + k\Delta a$, $b = b_0 + k\Delta b$ se obţin drepte paralele cu dreptele iniţiale → 2 familii de drepte paralele
- 2 variante:
  - Deplasăm C şi D, alternativ, pînă ajungem la C_0, D_0
  - Deplasăm D (pînă ajungem la D_0), menţinînd fix $C \equiv C_0$

45

Studiul convergenţei punţii (cont'd)



- convergenţa = proces iterativ; Ex: C(a1)→D(b1)→C(a2) →D(b2) etc.
- tipic sînt necesare mai multe manevre

46

Studiul convergenţei punţii (cont'd)

- Legătura $\gamma_c \leftrightarrow$ rapiditatea echilibrării (nr. de manevre):

$$U_{CD}(i+1) = U_{CD}(i) \cos \gamma_c$$

după *n* manevre:

$$U_{CD}(i+n) = U_{CD}(i) (\cos \gamma_c)^n = U_{CD}(i) \cdot 1/m$$

(notăm $(\cos \gamma_c)^n = 1/m$)

deci după *n* manevre tensiunea de dezechilibru s-a redus de *m* ori; calc. *n*:

$$n = \frac{\log m}{\log \frac{1}{\cos \gamma_C}}$$

- OBS: pt $\gamma_c = 90^{\circ}$ se observă n=2

47

Studiul convergenţei punţii (cont'd)

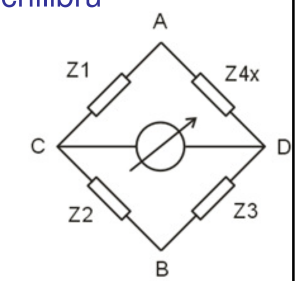
CAZ 2: convergenţa punţii departe de echilibru

- nu se mai poate aproxima deplasarea prin prima derivată
- nu se mai def. 2 elem. reglabile (a,b)
- se def. parametrii generalizaţi (α,β,γ) din care se vor alege 2 elem. reglabile
- deplasarea pct. C,D nu se mai face pe drepte ci pe arce de cerc (dreapta = aproximare a arcei de cerc în apropierea originii)

48

Studiul convergenţei punţii (cont'd)

Convergenţa punţii departe de echilibru



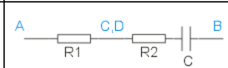
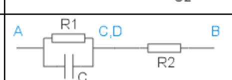
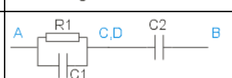
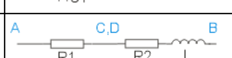
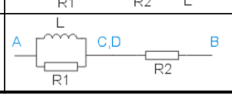
Q: pentru puntea ABCD, care sînt combinaţiile posibile de cîte 2 braţe (ACB şi ADB) ?
identificăm param. generalizaţi în aceste combinaţii

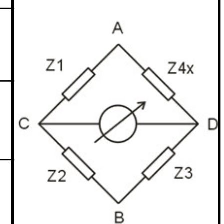
A: 6 combinaţii (fără a ţine seama de ordinea celor 2 braţe), întrucît din considerente de gradabilitate, 2 braţe trebuie să fie elemente pure (R sau C).
Combinaţiile sînt prezentate în tabelul următor

parametrii generalizaţi (α,β,γ) se iau Z pentru modelul serie şi Y pentru paralel

49

Studiul convergenţei punţii (cont'd)

	Braţe ACB sau ADB	unghi(U_{CA},U_{BA})	α	β	γ
1		+	R_1	R_2	$1/\omega C$
2		-	$1/\omega C_1$	$1/\omega C_2$	R
3		-	$1/R_2$	$1/R_1$	ωC
4		+	ωC_2	ωC_1	$1/R_1$
1'		-	R_1	R_2	ωL
3'		+	$1/R_2$	$1/R_1$	$1/ \omega L$



Notaţii: α elementul singur într-un braţ (braţ auxilar)
β elementul de aceeaşi natură cu α, în braţul etalon
γ elementul de natură diferită de α, în braţul etalon

OBS: Nu există 2', 4' deoarece nu există L pur

50

Studiul convergenţei punţii (cont'd)

- punte convergentă:

  legarea A=A, B=B pentru 2 seturi de braţe cu acelaşi semn de unghi sau A=B, B=A pentru seturi cu semne opuse

- punte neconvergentă:

  invers faţă de cazul precedent

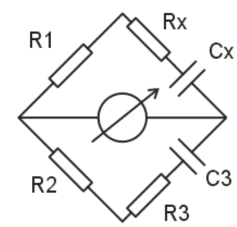
- Combinaţii convergente din tabel:
  - 8 punţi, studiate în continuare
  - pentru fiecare punte se aleg 2 elem reglabile: mai multe combinaţii posibile; alegem (α,β) sau (β,γ)

- Q: determinaţi, pentru fiecare punte, relaţiile de echilibru şi alegerea elementelor reglabile (cîte 2 variante)

51

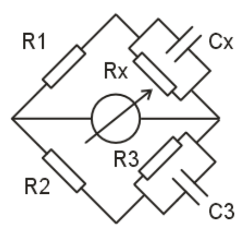
Structuri de punţi convergente, în fază

raport real



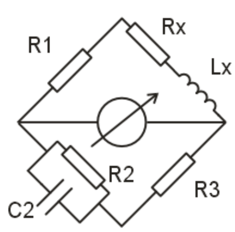
de Sauty

punti duale



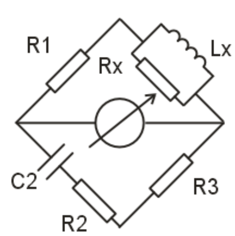
Nernst

produs real



Maxwell-Wien

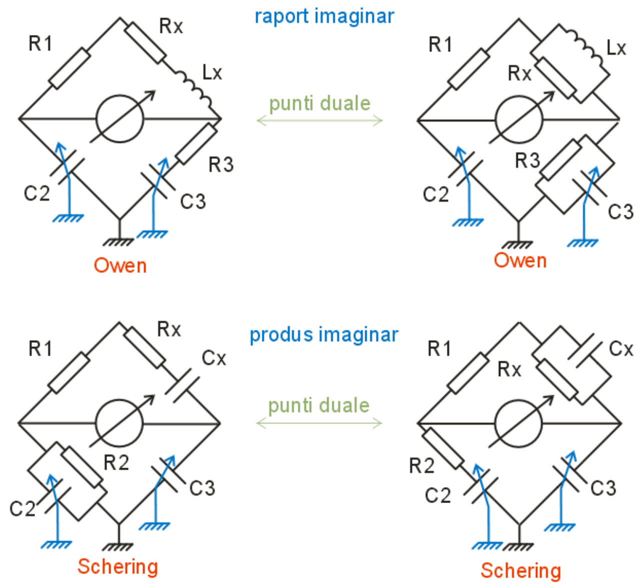
punti duale



Hay

52

Structuri de punţi convergente, în cuadratură



OBS: posibilitatea de a lucra în IF ↔ alegerea el. regl. C, cu cursorii la masă

53

Punţi convergente: concluzii

- **Gradarea carteziană (β,γ) :**
  - reglaje pt. partea reală şi imaginară a Z_x / Y_x
  - ω nu intervine în relaţia de gradare
  - precisă (unghi de convergenţă 90º)
  - elementele reglabile în acelaşi braţ (braţul etalon)
  - elementele reglabile de naturi diferite → constructiv mai scump
- **Gradarea mixtă (α,β) :**
  - reglaje pt. partea imaginară a Z_x / Y_x şi Q_x / D_x
  - ω intervine în relaţia de gradare
  - mai puţin precisă (unghi de convergenţă < 90º)
  - elementele reglabile în braţe diferite
  - elementele reglabile de aceeaşi natură → constructiv mai ieftin
  - s.n. şi gradare industrială
- **Necesitatea punţilor duale:**
  - o singură punte nu poate măsura Q/D de la 0 la ∞

54

Observaţii şi concluzii punţi de c.a

- Gradarea indep. de frecvenţă
  - posibilă doar la gradarea (β,γ)
  - avantaje: **frecvenţa** semnalului nu trebuie cunoscută/controlată precis; mai mult, nici **forma** semnalului nu e critică

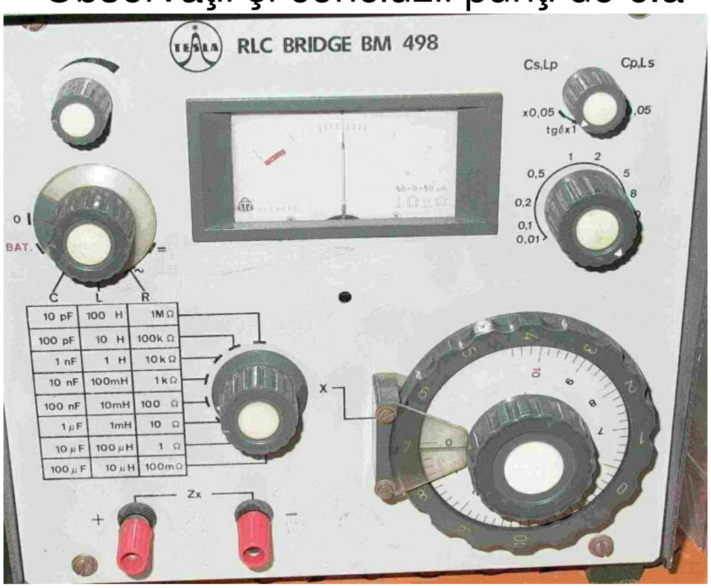
Q: ce legătură are forma semnalului ?

A: formă nesinusoidală → armonici → pentru fiecare frecvenţă armonică relaţia de gradare este alta!

- Constructiv: 4 tipuri de punţi se combină într-un singur aparat, a.î. se poate măsura orice natură (R,L,C) şi orice valoare Q/D

55

Observaţii şi concluzii punţi de c.a



- Exemplu de punte manuală de c.a. – 4 tipuri într-un singur aparat
- comparaţi cu puntea automată din laborator !

56

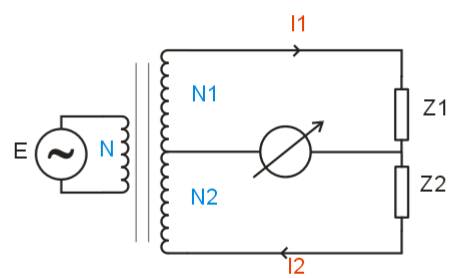
Sensibilitatea punţilor de c.a

- memento: $S_{P.CC} = 1/4$
- la punţile de c.a. depinde de tip.
- interesează |S| căci IN nu e sensibil la faza tensiunii
  - raport real: idem c.c., A real
    $|S_{max}| = 1/4$ pt. A=1
  - raport imaginar: $A=jA_0$, A_0 real
    $|S_{max}| = 1/2$ pt. $A_0 = 1$
  - produs: P fix, A complex şi variabil = $A_0 e^{j\varphi}$
    $|S_{max}| = 1/2(1 + \cos\varphi)$ pt $A_0=1$
    $\varphi = 0 \rightarrow |S_{max}| = 1/4$
    $\varphi = \pi/2 \rightarrow |S_{max}| = 1/2$

Demonstraţie!

57

Punţi cu transformator

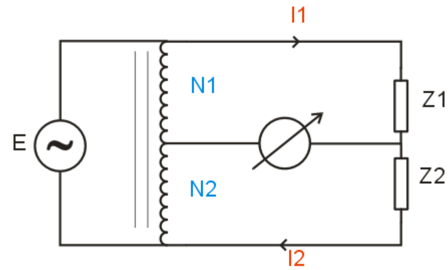


- Relaţia de echilibru: $Z_1/Z_2 = N_1/N_2$

- Q1: Avantaje transformator ?
- Q2: Dezavantaje transformator ?

58

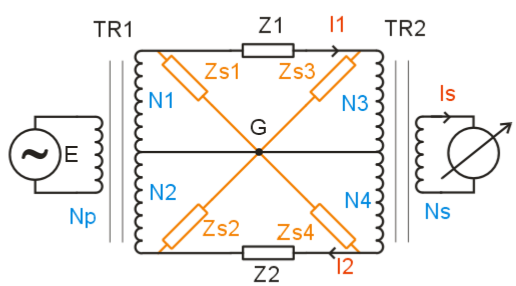
Punţi cu transformator



- Înlocuim transformatorul cu autotransformator
- Q: Dezavantaje autotransformator ?

59

Punţi cu transformator

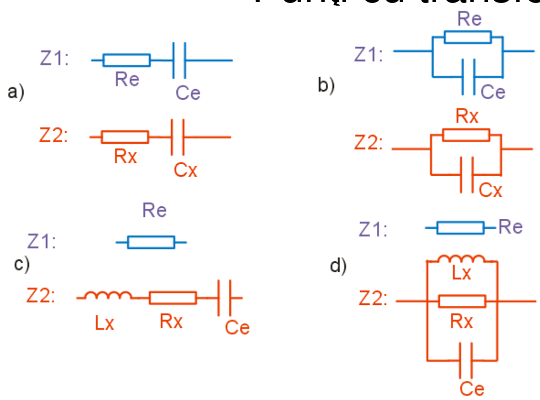


- punte pentru Z medii/mari (cu gardă)
- Q: cum se elimină efectul impedanţelor de scurgere?

- Relaţia de echilibru: $Z_1/Z_2=(N_1N_3)/(N_2N_4)$

60

Punţi cu transformator



deducem relaţiile de echilibru şi de gradare !

OBS: gradarea L_x depinde de frecvenţă !

- Punţile cu trafo. ↔ punţi de raport real ↔ aceeaşi natură
- Ca şi la p.c.a. clasice, nu există L_e;
- Q: înseamnă că nu putem măsura L_x ?
- Conectarea Z_1, Z_2 de pînă acum fcţ. de natura/modelul lor:
  - a) capacitiv/serie b) capacitiv/paralel
  - c) inductiv/serie c) inductiv/paralel

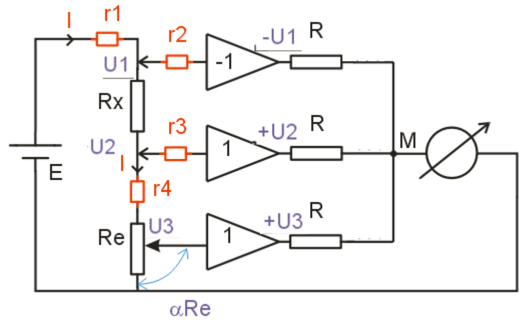
61

Punţi active

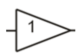
- elimină dezavantajele transformatoarelor
- mai ieftine la aceeaşi precizie (sau mai bună)
- posibilităţi de automatizare
- pot folosi element de referinţă C pentru măsurarea L
- folosesc componente active

62

Punţi active



Puntea LOGAN pentru impedanţe mici



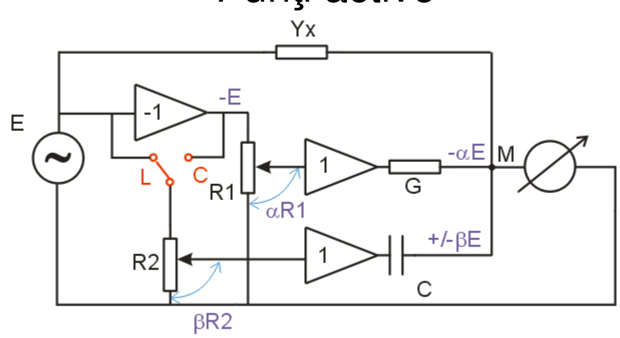
= buffer (amplificator repetor pt +1 sau inversor pt -1)

rol: impedanţă mare de intrare şi mică de ieşire (sursă ideală de tensiune); izolează R_x, R_e de partea dreaptă a schemei

Relaţia de gradare: $R_x=\alpha R_e$

63

Punţi active



Puntea pentru admitanţe

Relaţii de gradare:

"C": $G_x=\alpha G$ $C_x= \beta C$

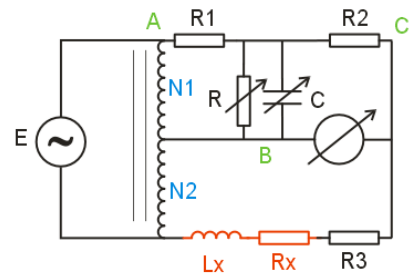
"L": $G_x=\alpha G$ $L_x= 1/(\omega^2 \beta C)$,

Avantaj: măsurarea L folosind C etalon

64

Aplicaţii punţi

Puntea cu un braţ în “T”

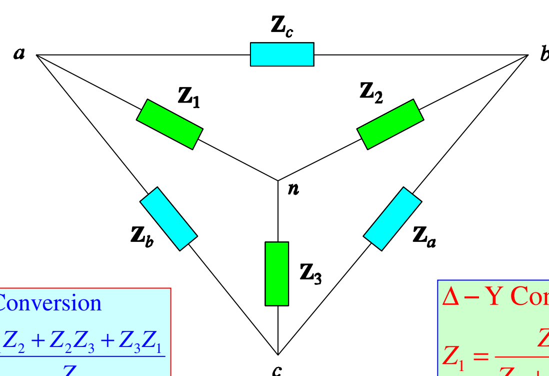


- Determinaţi condiţiile de echilibru şi elementele reglabile în cazurile gradării carteziene şi mixte
- Care este rolul R_3 ?

65

Aplicaţii punţi

Indicaţie (puntea cu un braţ în “T”) → transformăm Y în Δ



Y – Δ Conversion

$$Z_a = \frac{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}{Z_1}$$

$$Z_b = \frac{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}{Z_2}$$

$$Z_c = \frac{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}{Z_3}$$

Δ – Y Conversion

$$Z_1 = \frac{Z_bZ_c}{Z_a + Z_b + Z_c}$$

$$Z_2 = \frac{Z_aZ_c}{Z_a + Z_b + Z_c}$$

$$Z_3 = \frac{Z_aZ_b}{Z_a + Z_b + Z_c}$$

66

Bibliografie obligatorie punţi

Curs Stănculescu+Stanciu:
http://ham.elcom.pub.ro/metc/files/MEE-Stanculescu-Stanciu.pdf

Rel. echilibru și gradare pt cele 8 punți c.a. p. 61-65, 75-79
Sensib. p.c.a. : p.69,70
P. trafo p. 81-85
P. Logan p. 93-94

67